



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ
IFCE *CAMPUS* ARACATI
COORDENADORIA DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO**

FRANCISCO ROGÉRIO FERREIRA DA SILVA

**VARIANTES DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS:
UMA PESQUISA SOBRE SUAS ABORDAGENS**

**ARACATI
2019**

FRANCISCO ROGÉRIO FERREIRA DA SILVA

VARIANTES DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS: UMA
PESQUISA SOBRE SUAS ABORDAGENS

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) apresentado ao curso de Bacharelado em Ciência da Computação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE - *Campus Aracati*, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Ciência da Computação.

Orientador: Prof. Me. Diego Rocha Lima

Aracati-CE
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Instituto Federal do Ceará - IFCE

Sistema de Bibliotecas - SIBI

Ficha catalográfica elaborada pelo SIBI/IFCE, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S586v Silva, Francisco Rogério Ferreira da.

Variantes do Problema de Roteamento de Veículos : uma pesquisa sobre suas abordagens / Francisco Rogério Ferreira da Silva. - 2019.

98 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Instituto Federal do Ceará, Bacharelado em Ciência da Computação, Campus Aracati, 2019.

Orientação: Prof. Me. Diego Rocha Lima.

1. Roteamento de veículos. 2. Variações. 3. Abordagens resolutivas. 4. Otimização combinatória. I. Título.

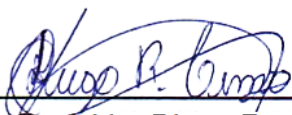
FRANCISCO ROGÉRIO FERREIRA DA SILVA

VARIANTES DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS: UMA
PESQUISA SOBRE SUAS ABORDAGENS

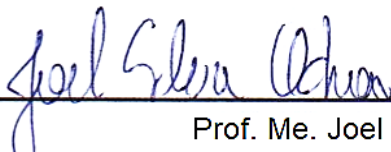
Trabalho de Conclusão de Curso (TCC)
apresentado ao curso de Bacharelado em
Ciência da Computação do Instituto Fede-
ral de Educação, Ciência e Tecnologia do
Ceará - IFCE - *Campus* Aracati, como re-
quisito parcial para obtenção do Título de
Bacharel em Ciência da Computação.

Aprovado em: 16 de Abril de 2019.

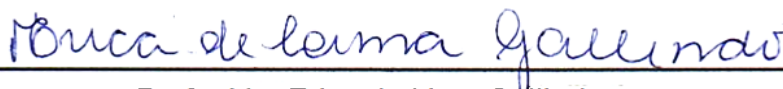
BANCA EXAMINADORA



Prof. Me. Diego Rocha Lima (Orientador)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)



Prof. Me. Joel Silva Uchoa
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)



Profa. Ma. Erica de Lima Gallindo
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

DEDICATÓRIA

À minha família.
Aos meus professores.
Aos meus amigos.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho contou com distintas cooperações para que fosse concretizado. Por isso meus sinceros agradecimentos:

Ao criador pela vida e por tudo o que consegui realizar até o presente momento;

A toda minha família, pelo apoio dado para que eu chegasse aqui. Especialmente à Ana Lúcia e Ana Karoline, esposa e filha, pela compreensão em todos os momentos em que não pude estar presente, pois estava ocupado com este trabalho;

Ao professor Diego Rocha Lima, por acreditar em minha pessoa e pela paciência com a qual me orientou, pelo otimismo, pelo conhecimento transmitido e pela amizade;

Aos professores Joel Silva Uchoa e Erica de Lima Gallindo, pelas sugestões e valiosa contribuição, assim como pela atenção dispensada a este trabalho;

Aos professores Reinaldo Bezerra Braga e Carina Teixeira de Oliveira, pelas sugestões e vigília prestada desde o início deste trabalho;

Ao professor Mauro Oliveira, pelos incessantes incentivos buscando despertar nossa consciência para que nos tornemos pessoas éticas e transformadoras da sociedade;

A todos que contribuíram para minha formação acadêmica de forma geral, em especial os colegas de classe, professores e servidores do IFCE campus Aracati;

A todas as pessoas, que direta ou indiretamente influenciaram de forma positiva no desenvolvimento deste trabalho;

Muito obrigado!

RESUMO

O Problema de Roteamento de Veículos (PRV) e suas variantes, nas últimas décadas, têm adquirido notoriedade a ponto de se tornar cada vez mais popular no âmbito da literatura acadêmica. A importância prática, assim como a dificuldade em resolver o PRV, desperta interesse elevado pelo clássico problema de otimização combinatória, o qual teve sua proposição no final da década de 1950. O PRV desempenha papel vital no planejamento de sistemas de distribuição e logística em muitos setores. Sua forma simplificada, é encontrar um conjunto de rota ideal, para que a frota disponível possa atender determinado conjunto de clientes, satisfazendo requisitos ou restrições a um custo mínimo. Entretanto, as características e premissas apresentadas pelo problema, podem variar bastante e poucas revisões da literatura apresentam uma classificação mais detalhada destas variantes e suas abordagens resolutivas. Através deste trabalho, procuramos identificar o estado da arte das variantes do PRV e apresentamos uma tabela como resumo para essas variantes. Esta tem como finalidade enfatizar algumas características-chave que representam a direção da pesquisa atual. Concluimos o trabalho em curso apresentando algumas possibilidades futuras em relação a trabalhos envolvendo as variantes do PRV.

Palavras-chaves: Roteamento de veículos. Variações. Abordagens resolutivas. Otimização combinatória.

ABSTRACT

The Vehicle Routing Problem (VRP) and its variants, in the last decades, have acquired notoriety to the point of becoming increasingly popular within the academic literature. The practical importance, as well as the difficulty in solving the PRV, arouses high interest in the classic problem of combinatorial optimization, which had its proposition in the late 1950s. The PRV plays a vital role in the planning of distribution and logistics systems in many sectors. Its simplified form is to find an ideal route set so that the available fleet can meet a certain set of customers, satisfying requirements or restrictions at a minimal cost. However, the characteristics and assumptions presented by the problem can vary widely and few reviews of the literature present a more detailed classification of these variants and their resolution approaches. Through this work, we try to identify the state of the art of the PRV variants and present a summary table for these variants. This is intended to emphasize some key features that represent the direction of current research. We conclude the work in progress presenting some future possibilities in relation to the work involving the PRV variants.

Keywords: Vehicle routing. Variations. Resolution approaches. Combinatorial optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Relação entre as classes de problemas.	26
Figura 2 – Exemplo de um grafo representando o PCV.	29
Figura 3 – Exemplo de um grafo para o problema do jogo de Hamilton.	30
Figura 4 – Exemplo de uma solução para o jogo de Hamilton.	30
Figura 5 – Exemplo de uma solução para o PMCV.	31
Figura 6 – Exemplo para entendimento do PRV.	35
Figura 7 – Exemplo de uma possível formação das rotas para o PRV.	35
Figura 8 – Exemplo de solução viável para o PRV.	36
Figura 9 – Exemplo de solução viável melhorada para o PRV.	36
Figura 10 –Variações da pesquisa sobre PRV.	46
Figura 11 –Abordagens de resolução para o PRV.	52
Figura 12 –Estratégias de resolução para o PRV.	54
Figura 13 –Exemplo do cálculo das economias.	58
Figura 14 –Exemplo da etapa construtiva da heurística de varredura (fase 1).	60
Figura 15 –Exemplo da etapa construtiva da heurística de varredura (fase 2).	61
Figura 16 –Exemplo da etapa construtiva da heurística de varredura (fase 3).	61
Figura 17 –Exemplo de funcionamento k-Opt para $k = 2$ (2-Opt), (solução 1).	64
Figura 18 –Exemplo 2 de funcionamento k-Opt para $k = 2$ (2-Opt), (solução 2).	64
Figura 19 –Fluxograma da Metodologia.	71
Figura 20 –Abordagens publicadas no período pesquisado.	74
Figura 21 –Variantes do PRV com mais trabalhos dedicados.	74
Figura 22 –Percentual das Variantes do PRV com mais trabalhos dedicados.	75
Figura 23 –Percentual das abordagens resolutivas no período pesquisado.	75
Figura 24 –Abordagens Meta-Heurísticas no período pesquisado.	76
Figura 25 –Abordagens Heurísticas no período pesquisado.	76
Figura 26 –Abordagens Exatas no período pesquisado.	77
Figura 27 –Abordagens Híbridas no período pesquisado.	77
Figura 28 –Técnicas para abordagens Exatas utilizadas no período pesquisado.	78
Figura 29 –Técnicas para abordagens Híbridas utilizadas no período pesquisado.	78
Figura 30 –Técnicas para abordagens Heurísticas utilizadas no período pesquisado.	79
Figura 31 –Técnicas para abordagens Meta-heurísticas utilizadas no período pesquisado.	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Exemplo de classificação para os problemas de roteamento puro.	38
Tabela 2 – Taxonomia para problemas de roteamento nível estratégico e tático	41
Tabela 3 – Taxonomia para problemas de roteamento nível operacional	41
Tabela 4 – Objetivos e Métodos de Modelagem.	52
Tabela 5 – Métodos de Modelagem e Métodos de Solução do PRV.	53
Tabela 6 – Principais artigos abordando revisões para o PRV	69
Tabela 7 – Abordagens de resolução para as variantes do PRV.	79
Tabela 8 – Descrição das variantes do PRV.	87
Tabela 9 – Descrição das Técnicas (Algoritmos) utilizados nas abordagens re- solutivas.	90

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABC	<i>Artificial Bee Colony Algorithm</i>
ACO	<i>Ant Colony Optimization</i>
BA	<i>Bat Algorithm</i>
BBO	<i>Biogeography-based Optimization</i>
BR	<i>Biased-Randomized Algorithm</i>
BS	<i>Beam Search Algorithm</i>
BSBA	<i>Beam Search Based Algorithm</i>
CA	<i>Carlsson Algorithm</i>
CAS	<i>Computer Algebra System (MATLAB)</i>
CFH	<i>Cluster-first Heuristic</i>
CGA	<i>Chaotic Genetic Algorithm</i>
CLA	<i>Column Generation Algorithm</i>
CPLEX	<i>IBM ILOG CPLEX Optimization Studio</i>
CRO	<i>Crossover Operator</i>
CRV	<i>Cross-Validation</i>
CS	<i>Crow Search Algorithm</i>
CSO	<i>Cat Swarm Optimization</i>
CW	<i>Clarke and Wright Savings Algorithm</i>
DBSCAN	<i>Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise</i>
DEA	<i>Differential Evolution Algorithm</i>
DKA	<i>Dijkstra's Algorithm</i>
DO	<i>Delete-cross Operator</i>
DP	<i>Dynamic Programming</i>
EA	<i>Evolutionary Algorithm</i>

EDA	<i>Estimation of Distribution Algorithm</i>
EM	<i>Elitist Method</i>
ENA	<i>Elastic Net Algorithm</i>
ERO	<i>Edge Recombination Operator</i>
FJ	<i>Fisher and Jaikuamr Algorithm</i>
FT	<i>Fuzzy Technique</i>
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
GAMS	<i>General Algebraic Modeling System</i>
GB	<i>Golden Ball Algorithm</i>
GE	<i>Gradient Evolution Algorithm</i>
GIS	<i>Geographic Information System</i>
GRA	<i>Greedy Algorithm</i>
GRASP	<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure</i>
GS	<i>Greedy Search</i>
GTS	<i>Granular Tabu Search</i>
GUROBI	<i>Gurobi Optimizer</i>
HBA	<i>Heuristic Bubble Algorithm</i>
IBA	<i>Island Based Approach</i>
IEEE	<i>Institute of Eletrical and Electronic Engineers</i>
IFCE	<i>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará</i>
ILP	<i>Integer Linear Program</i>
ILS	<i>Iterated Local Search</i>
IPM	<i>Integer Programming Model</i>
JO	<i>Join Operator</i>
KMC	<i>K-means Clustering</i>
K-NN	<i>K-nearest Neighbors algorithm</i>

K-Opt	<i>K-Other Position in Tour</i>
LA	<i>Labeling Algorithm</i>
LINGO	<i>Optimization Modeling Software</i>
LNS	<i>Large Neighborhood Search</i>
LR	<i>Lagrangian Relaxation</i>
LS	<i>Local Search</i>
MA	<i>Memetic Algorithm</i>
MKA	<i>Monkey Algorithm</i>
MAB	<i>Multi-armed Bandit Mechanism</i>
MAL	<i>Multi-attribute Label Algorithm</i>
MCM	<i>Monte Carlo Mechanism</i>
MCTS	<i>Monte Carlo Tree Search</i>
MILP	<i>Mixed Integer Linear Program</i>
MIP	<i>Mixed-integer Programming</i>
MMAS	<i>Max-min Ant System</i>
MO	<i>Merge Operator</i>
MOEA	<i>Multiobjective Evolutionary Algorithms</i>
MS	<i>Multi-Start</i>
MTM	<i>Mathematical Model</i>
MUO	<i>Mutation Operation</i>
NHO	<i>Neighborhood Operators</i>
NNA	<i>Neural Network Algorithm</i>
NNI	<i>Nearest Neighbor Insertion Algorithm</i>
NNS	<i>Nearest Neighbor Search</i>
NS	<i>Neighbourhood Search</i>
NSGA-II	<i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II</i>

OPC	<i>One Point Crossover</i>
Or-Opt	<i>Other Position in Tour</i>
PBIL	<i>Population-Based Incremental Learning Algorithm</i>
PE	<i>Population Entropy</i>
PF	<i>Pareto Front</i>
PHU	<i>Pheromone Update</i>
PO	<i>Pareto Optimization</i>
PRA	<i>Prim's Algorithm</i>
PSM	<i>Producer-Scrounger Method</i>
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
PU	<i>Parallel Universes Algorithm</i>
RCM	<i>Robust Counterpart Model</i>
RM	<i>Roulette Method</i>
ROL	<i>Rollout Algorithm</i>
RS	<i>Random Swap Algorithm</i>
RVND	<i>Random Variable Neighborhood Descent</i>
SA	<i>Simulated Annealing</i>
SCE	<i>Shuffled Complex Evolution Algorithm</i>
SGM	<i>Sub Gradient Method</i>
SH	<i>Sweep Heuristic</i>
SOM	<i>Self-Organizing Map</i>
SPEA2	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2</i>
SPSA	<i>Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation</i>
SS	<i>Scatter Search Algorithm</i>
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
TDNN	<i>Time Delay Neural Network</i>

TOA	<i>Taguchi Orthogonal Array</i>
TPC	<i>Two-point Crossover</i>
TS	<i>Tabu Search</i>
VCG	<i>Variable Cluster Grouping</i>
VND	<i>Variable Neighbourhood Descent</i>
VNS	<i>Variable Neighborhood Search</i>
VTPSO	<i>Velocity Tentative PSO</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Motivação	21
1.2	Objetivos	22
1.2.1	Objetivo Geral	22
1.2.2	Objetivos Específicos	22
1.3	Organização do Trabalho	23
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	24
2.1	Conceitos de Otimização Combinatória	24
2.1.1	Teoria da Complexidade Computacional	25
2.1.2	Função Objetivo	26
2.1.3	Restrições	27
2.1.4	Variáveis de Decisão	27
2.1.5	Factibilidade das Soluções	27
2.1.6	Espaço de Soluções	28
2.1.7	Vizinhança	28
2.2	Problema do Caixeiro Viajante (PCV)	28
2.3	Problema dos Múltiplos Caixeiros Viajantes (PMCV)	30
2.4	Problemas de Roteamento	31
2.5	Problema de Roteamento de Veículos	33
2.5.1	Aplicações Práticas do PRV	37
2.5.2	Classificação e Taxonomia para o PRV	38
2.6	Formulação Matemática para o PRV	42
2.7	Variantes do PRV	44
2.7.1	PRV com Janelas de Tempo	47
2.7.2	PRV com Coleta e Entrega	48
2.7.3	PRV com Backhauled	48
2.7.4	PRV Dinâmico	48
2.7.5	PRV Estocástico	49
2.7.6	PRV com Múltiplos Depósitos	49
2.7.7	PRV com Frota Heterogênea	50
2.7.8	Outras Variantes	50
2.8	Metodologias de Resolução	51
2.8.1	Métodos Exatos	54
2.8.2	Heurísticas	55

2.8.3	Meta-heurísticas	65
3	TRABALHOS RELACIONADOS	67
4	PROPOSTA	70
4.1	Metodologia	70
5	RESULTADOS	73
6	CONCLUSÃO	91
	REFERÊNCIAS	92

1 INTRODUÇÃO

Pesquisa operacional e otimização combinatória despontaram como dois campos novos e multidisciplinares, logo após o fim da segunda guerra mundial (AARDAL; NEMHAUSER; WEISMANTEL, 2005; TAHA, 2007). Descrita como subárea da administração, a pesquisa operacional manifesta-se no objetivo de explorar modelos matemáticos, capazes de descrever procedimentos do universo real com máxima precisão. Oriunda da matemática aplicada, a otimização combinatória é resultante da investigação para a resolução de exemplos, advindos da ação de especialistas na pesquisa operacional. Em uma relação pertinente com as duas, a ciência da computação cuida das questões de projeto e análise de algoritmos hábeis na solução dos paradigmas implicados.

O desenvolvimento na área industrial que se seguiu após o conflito militar global, que envolveu a maioria das nações do mundo (abrangendo todas as grandes potências), implicou a obrigação de aperfeiçoar os aparelhos logísticos viventes até o momento. Tal imposição resulta na conjectura e convite ao desenvolvimento de sistemas de ajuda para a tomada de decisões. Quando são estudados questionamentos reais enfrentados por empreendimentos, por exemplo, companhias transportadoras ou operadores da área logística, conclui-se que as deliberações pertinentes ao assunto demandam tecnologias céleres e com competente otimização matemática. As referidas tecnologias devem ser aptas a tornar mínimo os valores implicados em tais operações.

A atmosfera corporativa, conforme decorre o tempo, observa a intensificação da concorrência de forma expressiva. Seguir o incremento da competitividade é capital para a sobrevivência das organizações. No outro fluxo, os critérios competitivos apresentam-se com maiores complexidades e constantes mutações. O mercado coloca-se mais exigente nos dias atuais no tocante à qualidade dos bens e serviços (FERREIRA et al., 2010). Estas cobranças atreladas à obrigação de se reduzir custos, motivam as sociedades a adequar seu diferencial focando a geração de um gasto mínimo. Na referida conjuntura a busca em otimizar os processos integrantes do artifício de produção, torna-se objeto de estudo e indagação em campos diversos do conhecimento tais como economia, logística, gestão de negócios, dentre mais (HEINONEN; PETTERSSON, 2007).

Atualmente os empreendimentos norteiam seus objetivos na repressão de despesas, envolvendo desde a produção de seus artigos até a otimizar a logística de seus procedimentos. Para que tais intentos sejam alcançados, determinados conceitos relativos a metodologias necessitam de explorações e novas avaliações. A

soma empregada para distribuir tais objetos explica a relevância do problema, visto que mínimas contenções de perdas importam alguma capitalização expressiva para as sociedades, segundo (BODIN; GOLDEN; ASSAD, 1981). Como consequência, administradores incumbidos de assumir resoluções, poderão utilizá-las como suporte para suas decisões. Portanto, podemos asseverar que o transporte exerce uma função relevante nas atividades referentes ao arranjo de distribuição.

A operação econômica do campo logístico torna-se encorpada e se sobressai nas últimas décadas. Este acontecimento é impulsionado pelas atividades industriais e comerciais. O deslocamento de matéria-prima e utilidades de consumo assim como a distribuição de mercadorias e serviços são vertentes com expressiva evidência na área. Informações da Federação Chinesa de Logística e Compras Logísticas afirmam que, na contabilização dos gastos implicados na operação básica de logística do país, a estatística do ano 2008 revelou custos da ordem de 5.500 bilhões de yuans. Ainda segundo a mesma, há relatos de um montante de 2.867 bilhões de yuans indicativos de despesas com transporte. Segundo (YIN; GUO; XIAO, 2010), isto representa 52,6% dos custos logísticos.

As organizações que necessitam de ferramentas confiáveis para encontrar rotas ideais para locais variados, deparam-se com o Problema de Roteamento de Veículos (PRV), (do inglês *Vehicle Routing Problem* - VRP). O referido problema, devido seu caráter complexo, assim como sua função crítica nos aparelhos responsáveis pela distribuição de produtos e prestação de serviços, tem dominado do modo igual a dedicação de pesquisadores atuantes em diversas áreas de estudo. A notoriedade dispensada ao negócio eletrônico por meio da ampla utilização da rede mundial de computadores (*Internet*) determina que as corporações e agentes prestadores de serviços assumam uma logística com andamento real e efetivo. Isto posto, exploradores têm se aplicado para conceber programas cada vez mais eficientes para lidar com tais dificuldades.

O PRV é utilizado para projetar uma trajetória perfeita ou no mínimo satisfatória, para uma frota de veículos que tem como objetivo atender um conjunto de clientes, considerando uma totalidade de restrições. Isto ocorre devido às mesmas desempenharem negociações complexas, e os referidos meios serem de vital importância. Podemos citar como exemplos de diversidade, combustível gasto e o tipo de transporte, aumento de salários (motoristas), dentre outros. O mesmo também é usado com frequência no gerenciamento da cadeia de suprimentos, na entrega de bens e serviços, em meio a setores que compõem a área logística. Coleta de lixo doméstico, entrega de combustíveis, distribuição de mercadorias, e remessa de correspondências são poucos dos vários exemplos das aplicações mais utilizadas do citado problema.

Descrito por (DANTZIG; RAMSER, 1959) como uma generalização do Pro-

blema do Caixeiro Viajante (PCV), (do inglês *Traveling Salesman Problem* - TSP) o Problema de Roteamento de Veículos (PRV) foi introduzido como o "Problema de Despacho de Caminhões"(do inglês *Truck Dispatch Problem*). O mesmo serviu para modelar como uma frota de caminhões homogêneos poderia atender à demanda de petróleo entre vários postos de gasolina. Esta partia de um ponto central percorrendo uma distância mínima. A partir desta data, esforços grandiosos em termos de pesquisa têm sua dedicação voltada ao estudo do mesmo. Tendo sido generalizado a um problema de otimização linear por (CLARKE; WRIGHT, 1964), é comum encontra-lo no domínio do transporte e logística. Trata de modelar como atender um conjunto de clientes, dispersos geograficamente ao entorno do depósito central, utilizando-se para isso, uma frota de veículos com capacidades variáveis. Isto posto veio a se tornar conhecido como o "Problema de Roteamento de Veículos" (PRV), um assunto muito estudado no campo da Pesquisa Operacional.

Nos dias atuais, os modelos de PRV possuem uma grande diferença em relação aos que foram introduzidos no início, já que os mesmos buscam cada vez mais incorporar questionamentos da vida real. Por isso a maior parte dos problemas que encontramos nesta vertente é acrescida de diversas restrições, trazendo assim uma maior complexidade ao problema. Estas por sua vez, originam diversas variantes e extensões do exposto acima. As supracitadas incluem por exemplo, número de depósitos, janelas de tempo das entregas (ou retiradas), capacidade do veículo, número de viagens permitidas, tipos de demandas, natureza do serviço e assim por diante. Estes fatores, que mudam ao longo do tempo com uma certa dinâmica, acarretam complexidade substancial quando uma ou mais dessas limitações são introduzidas. Determinam assim, o problema ser NP - difícil, porque ele não pode ser resolvido em tempo polinomial.

Devido a esta consideração NP - difícil, (LENSTRA; KAN, 1981), a utilização de algoritmos exatos com o intuito de solucionar o PRV se torna eficiente apenas para instâncias de problemas pequenos. Estes métodos estão limitados por fatores como dependência dos requisitos de tempo e resposta, e também da variante envolvida no contexto. Os procedimentos exatos mais aprimorados para o PRV (exemplos em, (BALDACCI; MINGOZZI, 2009)) conseguem solucionar instâncias de aproximados 100 clientes somente, e com uma percentual de sucesso variável. Por conseguinte, os trabalhos de pesquisa desenvolvidos na atualidade concentram seus esforços em algoritmos aproximativos. Isto porque, os mesmos podem encontrar em tempo limitado, soluções com qualidade perto de ótima, que podem ser aplicadas às instâncias de problemas reais. Nos últimos tempos, as variantes do PRV (anteriores e atuais), tiveram um crescimento rápido e significativo, no tocante ao número de técnicas para sua resolução, adicionados à literatura acadêmica. Conseqüentemente, somado ao aumento da capacidade de processamento das máquinas de hoje, propi-

ciam a instancias grandes e multiformes serem resolvidas.

Acompanhar os trabalhos de desenvolvimento relativos ao PRV e estabelecer com clareza um campo de visão a respeito de variantes e métodos de solução novos, tem se tornado uma ação não muito fácil, devido à grande popularidade com que o campo da literatura avança. O crescimento alcança uma taxa de 6% a cada ano, segundo (EKSIUGLU; VURAL; REISMAN, 2009). Outro ponto a desfavor, é o fato de que as revisões enfatizam métodos e soluções, deixando vagas algumas lacunas. A título de exemplo, qual abordagem ou técnica de solução é considerada mais eficiente e se houve aplicação real do experimento ou apenas teste computacional para uma variante específica do questionamento.

Este trabalho tem como objetivo construir uma classificação a respeito da literatura acadêmica sobre as variantes do Problema de Roteamento de Veículos, com foco na eficiência das abordagens e técnicas propostas para a variante em estudo. Espera-se assim, contribuir com uma base de consulta, para que os interessados em pesquisar o assunto, tenham disponível uma literatura com aceitável relevância para seus interesses no campo das variantes do PRV.

1.1 Motivação

O PRV é um dos itens extensivamente investigados no domínio da pesquisa operacional. O mesmo exerce função significativa na rede de abastecimento das diversas organizações implicadas no deslocamento de produtos ou pessoas. O uso de modelos de roteamento de veículos em aplicações práticas é muito vasta. Devido a este fator, os sistemas devem apresentar algoritmos de busca da solução empregando metodologias eficientes e apropriadas para operar em diferentes tipos de trabalhos. Os softwares de roteirização são aplicados em empresas com operações logísticas complicadas das mais diversas esferas: atacado e varejo, operadores logísticos, distribuidores, com ênfase para os de alimentos, transporte de valores, dentre vários.

É importante lembrar também, que o transporte veicular é um componente essencial para a mobilidade humana, do qual a maior parte da população mundial desfruta para se mover de maneira rápida e segura, sendo estes atributos os mais relevantes para se qualificar um bom meio de transporte. Em razão do incremento contínuo do número de veículos, os sistemas de trânsito atuais da maioria das cidades acabam não comportando a vultosa quantidade existente. Em decorrência, nascem os inevitáveis congestionamentos e, com esses, múltiplos problemas para sociedade, como poluição e danos econômicos decorrentes do alto gasto de combustível e desperdício de tempo, assim como acidentes, elevado nível de estresse, dentre outros.

O delineamento de rotas para veículos como caminhões, ônibus, vans, aeronaves, navios, etc, que fazem o transporte de pessoas, mercadorias ou matérias primas, são exemplos de capitais aplicações do PRV. Os fundamentais benefícios na utilização de softwares comerciais para roteirização são: redução na frota de veículos, aumento do número de entregas em um determinado tempo e abatimento nos custos das mesmas, acréscimo na ocupação da frota, diminuição da distância percorrida e consumo de combustível, repressão de entregas duplicadas.

Devido a ascensão e o acesso com maior facilidade aos computadores pessoais na década de 90, uma vasta gama de produções foram criadas no âmbito do Problema de Roteamento de Veículos. A quantidade significativa de trabalhos a respeito do assunto encontra-se acessível como livros, teses, relatórios técnicos, artigos de periódicos, e outros. Mesmo com uma literatura bastante ampla, a revisão de variantes do PRV não parece ter recebido empenho, devido a maioria dos levantamentos e (ou) revisões atuais inerentes à literatura do problema, buscarem sobretudo as variantes específicas do PRV e (ou) metodologias exclusivas de solução.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem como objetivo geral o estudo das variantes do Problema de Roteamento de Veículos (PRV), com o propósito de elencar as diferentes variações do PRV, realizando uma análise criteriosa para construir uma classificação com base em suas abordagens resolutivas.

1.2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos do referido trabalho estão especificados com segue abaixo:

- Realizar uma pesquisa bibliográfica sobre o Problema de Roteamento de Veículos (PRV).
- Explorar as versões do Problema de Roteamento de Veículos (PRV) e suas subdivisões.
- Observar os conceitos fundamentais, métodos exatos, heurísticas e meta-heurísticas existentes para resolver o Problema de Roteamento de Veículos (PRV) e suas ramificações.

- Investigar e identificar na literatura as metodologias e algoritmos empregados na resolução das referidas variantes.
- Promover uma classificação com base nos métodos de resolução utilizados na solução das variantes do PRV.
- Fornecer subsídios para embasamento de futuros interessados em pesquisar o Problema de Roteamento de Veículos (PRV) e suas variantes.
- Contribuir com a área acadêmica disponibilizando uma literatura atual no campo do referido problema.

1.3 Organização do Trabalho

O restante do trabalho fica organizado da seguinte forma: O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica referente ao tema e está dividido em 8 seções, abordando o seguinte: introdução ao PRV e determinadas variantes usuais; metodologias de solução mais comumente utilizadas na resolução do PRV e suas variações. Os trabalhos relacionados são descritos no Capítulo 3. A apresentação do trabalho proposto está disponível no Capítulo 4. A análise criteriosa da literatura e os resultados obtidos através da pesquisa em curso está no Capítulo 5. O Capítulo 6 comporta a conclusão e as delineações para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O capítulo antecedente mostra uma caracterização do Problema de Roteamento de Veículos (PRV). A mesma é feita por meio de considerações observadas em trabalhos concebidos no âmbito da otimização combinatória. Expõe também uma iniciação sobre o PRV apontando seu encadeamento no percurso da história. Descreve ainda a motivação do presente trabalho, demarcando seus objetivos. Este capítulo exprime inicialmente conceitos de otimização que se fazem importantes na compreensão do restante deste trabalho. Em seguida faremos uma explanação a respeito do Problema do Caixeiro Viajante (PCV) (do inglês *Traveling Salesman Problem* - TSP) e o Problema de Múltiplos Caixeiros Viajantes (PMCV) (do inglês *Multiple Traveling Salesman Problem* - MTSP). Os dois problemas têm referências na literatura como derivantes do PRV. Finalmente faremos um estudo mais analítico de artigos publicados no campo do PRV. Individualizamos o problema e suas variações assim como os métodos de resolução empregados.

2.1 Conceitos de Otimização Combinatória

O conceito de otimização está presentemente aprofundado como um preceito subjacente à análise de muitos problemas complexos de tomada de decisão ou alocação de recursos. Ela oferece um certo grau de elegância filosófica que é difícil de contestar, e geralmente apresenta um nível indispensável de simplicidade operacional (LUENBERGER; YE, 2015). A otimização combinatória utiliza-se de um modelo matemático para a representação dos elementos constituintes do problema. Para que possamos compreender adequadamente os mesmos, precisamos entender alguns conceitos, tais como: função objetivo, restrições, variáveis de decisão, factibilidade de soluções, espaço de soluções, dentre várias.

Resolver um problema de decisão comportando elevada complexidade abrange escolher valores para um grupo de variáveis conexas. Isto visa majorar a qualidade dos resultados. As restrições do modelo matemático atuam como limitante no tocante à atribuição destes valores para as referidas variáveis. Com o propósito de trazer clareza para as próximas seções, comenta-se com brevidade a respeito de conceitos importantes para a compreensão de modelos matemáticos e princípios envolvidos nos propósitos resolutivos do PRV e suas variantes.

2.1.1 Teoria da Complexidade Computacional

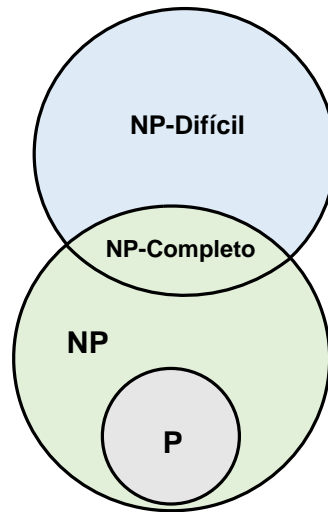
De acordo com (CORMEN et al., 2009), os problemas podem ser divididos em quatro classes de complexidade computacional, conforme a descrição a seguir:

- P (*Polynomial Time*): problemas que podem ser solucionados com algoritmos determinísticos polinomiais em função do tamanho da instância. A complexidade do problema aumenta polinomialmente em função do tamanho da instância;
- NP (*NonDeterministic Polynomial Time*): problemas solucionados por algoritmos não determinísticos polinomiais no tamanho da instância. A complexidade do problema aumenta exponencialmente em função do tamanho da instância. Todo algoritmo determinístico é um caso particular de algoritmo não-determinístico e, portanto, $P \subseteq NP$;
- NP-Completo (NPC): problemas para os quais, até o presente momento, nenhum algoritmo de tempo polinomial foi descoberto para resolver os mesmos.
- NP-Difícil (NPD): problemas para os quais a solução é, pelo menos, tão difícil quanto a solução de um problema NP-Completo.

A relação entre as classes de problemas é demonstrada na Figura 1. Pode ser observado que se existe algum algoritmo que descobre uma solução ótima para um grupo de problemas em tempo polinomial, então este grupo de problemas pertence à classe P. No entanto há aquele grupo de problemas computáveis para os quais as soluções até agora são alcançadas em tempo exponencial. Os problemas pertencentes a este enquadram-se na classe NP. Isto por não se conhecer procedimentos aptos para resolver os mesmos em tempo polinomial. Considera-se NP-Completo um problema que pertença à classe NP. Onde todos os outros problemas pertencentes a esta classe são redutíveis ao mesmo em tempo polinomial. Portanto, se descobrirmos um algoritmo que solucione um problema NP-Completo em tempo polinomial, podemos solucionar todos os outros com igual complexidade.

Ainda, um problema é dito NP-Difícil se há um problema NP-Completo o qual possa ser reduzido a ele em tempo polinomial. Então, um problema NP-Difícil é no mínimo tão complexo de ser resolvido como os NP-Completos. Porém, problemas NP-Difíceis não necessariamente pertencem à classe NP. O PRV está enquadrado como um problema NP-Difícil (LENSTRA; KAN, 1981). Seu alto grau de complexidade adota as estratégias heurísticas e meta-heurísticas com escolha viável quando é necessário encontrar soluções eficientes em tempo restrito.

Figura 1 – Relação entre as classes de problemas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

2.1.2 Função Objetivo

O trabalho de (GOLDBARG; LUNA, 2005) expõe como uma função objetivo $F : R^n \rightarrow R$ sucessiva e em geral diferenciável. Determinada uma solução S para um problema de otimização, o custo associado a S é o valor correlato à função objetivo. Um problema de otimização pode ser entendido como a pretensão de conseguir um conjunto $S' \in F$, onde F é estabelecido como o conjunto de todas as soluções aceitáveis, atendendo a equações do tipo:

$$Custo(S') \geq Custo(S), \forall S \in F \quad (2.1)$$

ou

$$Custo(S') \leq Custo(S), \forall S \in F \quad (2.2)$$

sendo que a equação 2.1 refere-se à função objetivo envolvendo um problema de maximização, na qual se almeja um maior valor para a mesma. A equação 2.2 faz menção a um problema de minimização onde o intuito é obter o mínimo valor associado à referida função.

Para calcular o $Custo(S)$ de uma solução é preciso considerar fatores próprios do problema em discussão. No caso do PRV pode-se ambicionar os seguintes pontos de acordo com (TOTH; VIGO, 2002): custo mínimo total do transporte, atendimento

com menor número de veículos, tempo de rota minimizado, diminuição das penalidades coligadas a serviços parciais dos clientes, ou qualquer combinação ponderada destes típicos objetivos.

2.1.3 Restrições

Os limites determinados por hiperplanos em um espaço R^n significam as restrições de um problema apresentado. Isto é descrito em um modelo matemático. No PRV estas restrições tendem a apresentar as seguintes correlações: obrigação de regressar ao depósito em todo encerramento de uma rota, percorrer cada cliente somente uma vez, observar a capacidade dos veículos para que a soma total das demandas atendidas seja igual ou menor que a capacidade dos mesmos, entre várias outras (TOTH; VIGO, 2002). Tais restrições deverão seguir modelos de equações ou inequações. Essencialmente, para a solução do problema estas precisarão estar satisfeitas.

2.1.4 Variáveis de Decisão

Em um problema de otimização combinatória as variáveis serão do tipo inteiras, reais ou mistas. A resolução do modelo matemático determina as incógnitas representadas pelas variáveis de decisão. O tipo apropriado de variável de decisão deve ser estabelecido de acordo com o problema exposto. Existem modelos matemáticos exclusivos para a solução de problemas que incluam um certo tipo de variáveis de decisão. No caso específico do PRV, estas apresentam-se inteiras e individualmente binárias. As tais são o indicativo da existência de trechos de rotas contidos em uma determinada solução ou não.

2.1.5 Factibilidade das Soluções

Quando uma solução está inclusa no meio formado pelo aglomerado de equações ou inequações que especificam as restrições do problema, dizemos que ele é viável (factível). Para ser considerada dessa forma, precisa também respeitar as restrições impostas pelo modelo matemático. O oposto a isso a torna infactível, ou seja, impraticável. Se o valor da função objetivo é otimizado, teremos uma solução factível distinta, denominada ótima. Se uma solução ótima associar um mínimo custo possível à função objetivo, temos um problema de minimização. Na situação adversa, teremos um problema de maximização, onde a solução ótima infere um maior custo possível para a função objetivo do modelo matemático.

2.1.6 Espaço de Soluções

O espaço de soluções descreve o agrupamento de valores aceitáveis que produzem soluções dentro da factibilidade. Estas soluções são originadas através dos valores válidos atribuídos às variáveis de decisão.

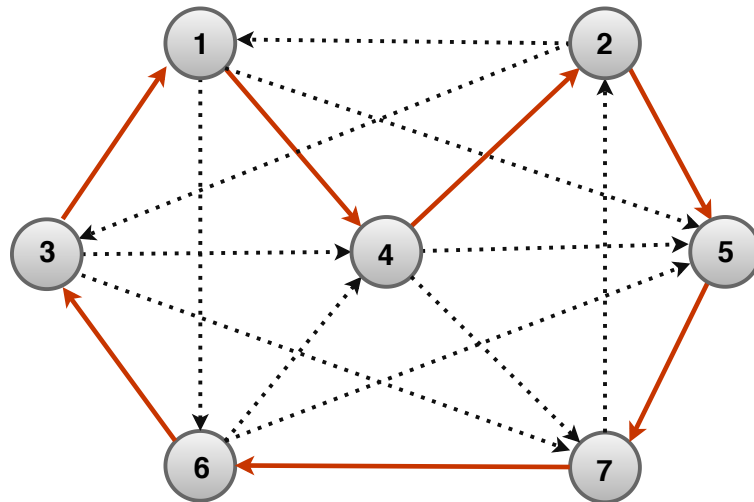
2.1.7 Vizinhaça

Produzida uma solução factível, constituída mediante a atribuição de valores às variáveis de decisão, ao modificarmos os valores em um conjunto das referidas variáveis, produziremos uma solução vizinha. Isto se esta nova solução estiver envolvida no espaço de soluções. Também precisará estar próxima da solução atual e assemelhar-se a ela.

2.2 Problema do Caixeiro Viajante (PCV)

O Clássico Problema do Caixeiro Viajante (PCV) é também reconhecido como (*Traveling Salesman Problem* - TSP) O mesmo consistiu em um dos primeiros modelos de roteamento a ser explorado. O PCV consiste em construir uma rota única que alcance todos os nós em um grafo completo não direcionado e que o local (cada nó) seja visitado por um único caixeiro (GOLDBARG; LUNA, 2005). Este trajeto é denominado circuito Hamiltoniano (CORMEN et al., 2009) e deve ser realizado objetivando percorrer a menor distância e retornando ao ponto de início. Ver grafo para o problema na Figura 2.

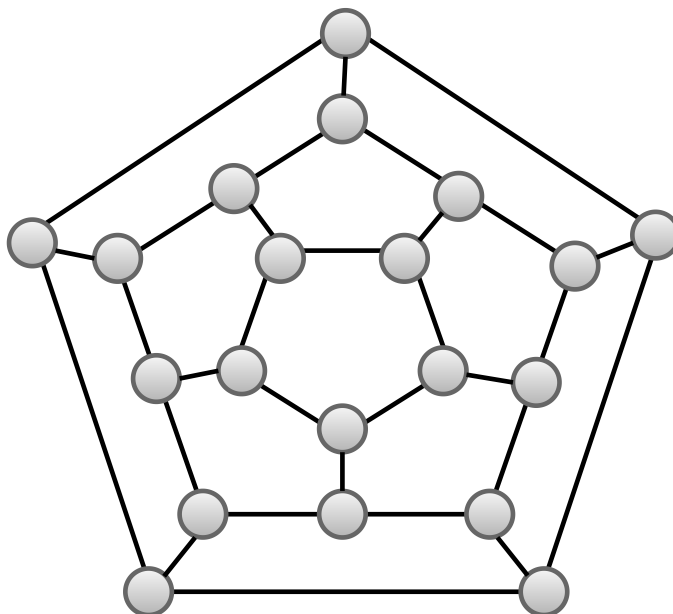
Figura 2 – Exemplo de um grafo representando o PCV.



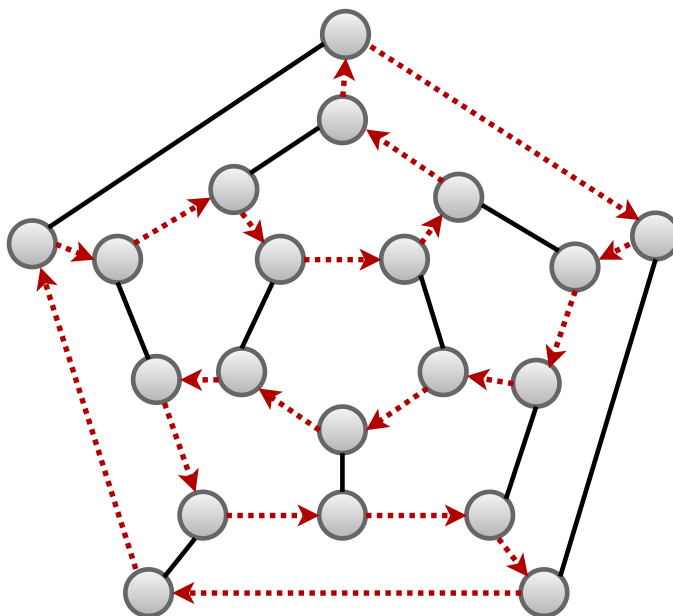
Fonte: Elaborado pelo autor.

O nome Hamiltoniano faz referência a Willian Rowan Hamilton que, em 1857, propôs um jogo denominado Ao Redor do Mundo (do inglês *Around the World*). Tal desafio consistia em encontrar o menor caminho entre os vértices de um dodecaedro. Teria que iniciar e terminar no mesmo vértice sem repetir passagem por qualquer um deles. Embora Hamilton não sendo o primeiro propositor do problema, seu jogo foi responsável por disseminá-lo. Para homenagear o autor nomearam uma solução para o jogo de ciclo Hamiltoniano, conforme exemplos de um grafo e uma solução ilustrados nas Figuras 3 e 4.

Empregando a teoria dos grafos de acordo com (LAPORTE, 2013), define-se o PCV como um grafo $G = (V, E)$. Tem-se uma matriz de custos $C = (c_{ij})$ de forma que para todo arco (v_i, v_j) está associado um custo c_{ij} . Este custo representa distância, tempo ou custo de viagem do ponto v_i até v_j . Quando temos $c_{ij} = c_{ji} : \forall v_i, v_j \in V$, a matriz C é considerada simétrica, sendo o oposto ela é assimétrica.

Figura 3 – Exemplo de um grafo para o problema do jogo de Hamilton.

Fonte: Adaptado de (GOLDBARG; LUNA, 2005).

Figura 4 – Exemplo de uma solução para o jogo de Hamilton.

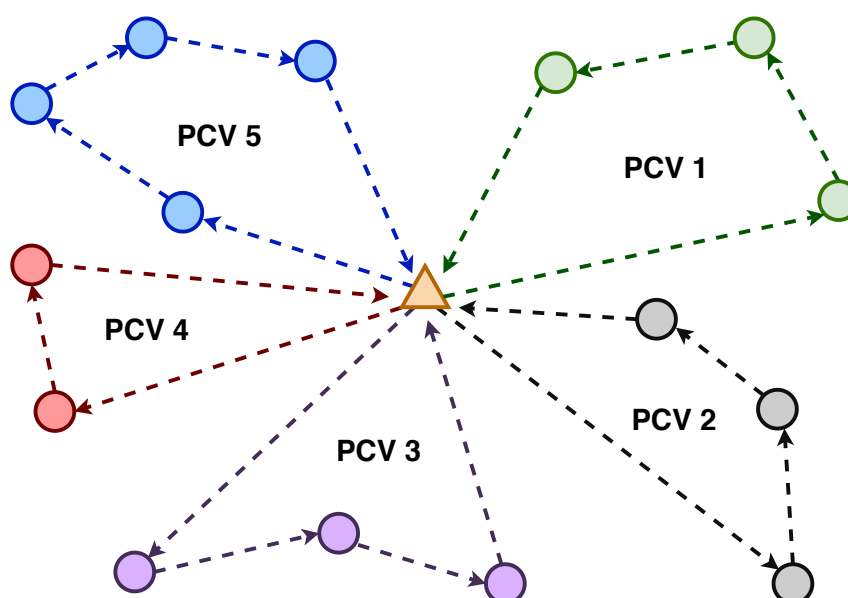
Fonte: Adaptado de (GOLDBARG; LUNA, 2005).

2.3 Problema dos Múltiplos Caixeiros Viajantes (PMCV)

É também conhecido como (*Multiple Traveling Salesman Problem - MTSP*), o Problema dos Múltiplos Caixeiros Viajantes (PMCV). O mesmo é considerado uma

extensão do PCV, sendo que é preciso estabelecer mais de uma rota. Ou seja, vários caixeiros serão utilizados para resolver o problema. Cada um terá um trajeto independente que iniciará e terá seu término em um ponto determinado (vértice). Isto significa várias sub rotas, onde a soma dos custos das mesmas deve ser o menor possível. Assim como no PCV é obrigatório que um caixeiro visite um referido local apenas uma única vez. Segundo (MASUTTI; CASTRO, 2007) o PMCV pode ser aplicado a problemas do mundo real como otimização de produção, sequenciamento de tarefas, otimização de operações logísticas, dentre várias outras, conforme exemplo de uma solução ilustrado na Figura 5.

Figura 5 – Exemplo de uma solução para o PMCV.



Fonte: Elaborado pelo autor.

2.4 Problemas de Roteamento

A logística tem como intento máximo arranjar a chegada de produtos ou serviços aos locais de consumo, a partir de pontos de fornecimento (BODIN et al., 1983). Um regulamento logístico global necessita abranger atenções que envolvem desde o procedimento de aquisição, estoque e distribuição de itens sobre uma organização de demanda, até os pertinentes aos entes humanos, política de investimento e renovação de frota etc. Porém um sistema dessa espécie é complexo e mesclado de relevantes subsistemas intimamente atrelados. Embora o correto entendimento do mesmo ordene uma percepção globalizada, é oportuno estudá-lo por meio de subsistemas com o intuito de diminuir a complexidade dos modelos de resolução.

(GOLDBARG; LUNA, 2005) defende que um Sistema de Roteamento pode ser rotulado como um conjunto organizado de meios com o objetivo de atender as demandas situadas nos arcos ou nos vértices de uma certa rede de transportes. Assim como qualquer sistema operacional este poderá ser analisado em partes diferentes. Do ponto de vista da operação divide-se em três partes: estratégica, tática e logística. Conforme veremos a seguir, podemos notar claramente que tais classificações nos níveis de decisões não são muito nítidas. Isto deve-se sobretudo a ampla inter-relação existente entre esses componentes ou fases do funcionamento do sistema.

Este particionamento é inicializado pelos aspectos maiores do sistema. Estes são influenciados por fatores externos e estabelecem a composição do mesmo. Inclui-se neste contexto as deliberações sobre o mercado em que atuar, locais onde se instalarão fábricas e depósitos, tipo de veículos, extensão da qualidade e impedimentos legais. Habitualmente estas resoluções estratégicas têm impacto sobre todo o sistema e produzirão consequências perduráveis. A operação e otimização do mesmo futuramente encontrará graves obstáculos provenientes de decisões estratégicas inexatas.

Após estabelecido o esboço genérico, tem início o procedimento de construção do sistema. Neste precisarão ser tomadas decisões de maneira mais restrita e específica. Tais determinações delimitarão as áreas atendidas e serão adotadas pelo nível tático do sistema. Também será de competência do mesmo estimar o tamanho da frota, as regras para contratação de mão-de-obra e os horários trabalhados. Outros pontos também podem permanecer como função do nível tático, como a quantidade de oficinas (garagens) e sua localização, a metódica de manutenção, bem como as resoluções em relação a estocagem.

Os componentes mais maleáveis do processo serão analisados no final. São as disposições concernentes à operação da frota de veículos e o uso da mão de obra que normalmente ficarão legadas ao nível operacional. Ministrando um projeto econômico e flexível para o atendimento da rede de demanda é a elementar inquietação do mesmo. É justamente incluso no nível operacional que os clássicos Problemas de Roteamento de Veículos (PRV) serão especificados. Todavia, os problemas do nível tático e estratégico propendem a se anexar aos PRV habitual aumentando a complexidade dos modelos e exigindo melhores algoritmos, à medida que o estado da arte se estende. O planejamento terá como alvo organizar o roteamento de veículos e o sequenciamento de atividades que levem à minimização do custo total das mesmas. Isto terá como base os elementos citados abaixo:

- Clientes que serão atendidos pelos veículos.
- Demanda a ser atendida para cada cliente.

- Número de veículos reservados para cada depósito.
- Tipo de veículo utilizado.
- Normas que especificam o ato de carregar ou descarregar.
- Probabilidade da utilização de equipamentos alugados.

Estes podem ser considerados os dados de entrada mais plausíveis para os PRVs tradicionais. Tendo chegado a esse extremo é pertinente enfatizar que o adequado estabelecimento de uma função objetivo acertada não será uma empreitada das mais fáceis. Daí que o intento de atenuar custos poderá ser perseguido levando-se em conta algumas informações interventoras. Estas indicam que os Problemas de Roteamento de Veículos mais complexos são caracteristicamente problemas multiobjetivo. Então são esperados resultados por meio da diminuição de:

- Tempo determinado para entregas.
- Trajetos a serem cobertos.
- Contratação de mão de obra.
- Contratempos devidos a acidentes ou estragos.
- Quantidade de veículos.

Há outro ponto que merece atenção dentro do contexto geral no qual se insere o PRV. A distribuição pode ser considerada um subproblema e tem sua importância no referido contexto. Isto advém, dentre vários fatores, do fato de que a mesma engloba custos excessivos. Segundo (BODIN et al., 1983) a distribuição de produtos contribui com cerca de 16% do custo final do item. Também é preciso lembrar que alguns produtos exigem uma entrega hábil por razões que envolvem não só economia, mas também segurança. Combustíveis e medicamentos são casos clássicos destes.

2.5 Problema de Roteamento de Veículos

Por unanimidade, os Problemas de Roteamento versam sobre definir o trajeto de viagem a ser cumprido por um ou mais veículos com o mínimo custo executável. Podendo este ser medido, dentre outros critérios, em função da distância absoluta viajada. Tratam essencialmente de determinar as sucessões de visitas a serem cumpridos por veículos de uma frota, a fim de atender um aglomerado de pontos espalhados de acordo com a geografia em localidades pré-determinadas e objetivando satisfazer a uma função objetivo especificada. Estes pontos podem significar cidades, núcleos

de distribuição, depósitos, pontos de coleta, etc. Para (CUNHA, 2000), problemas desta espécie compõem um grupo particular de problemas de otimização que procura sobretudo minimizar a distância total a ser percorrida pela frota inteira.

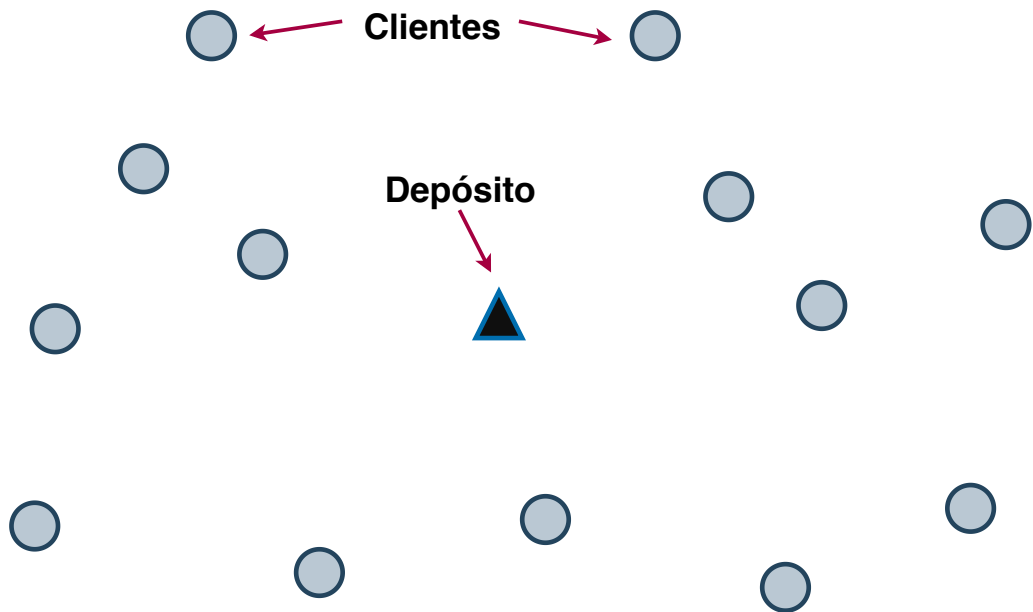
Segundo (CHRISTOFIDES, 1985), o PRV pode ser considerado um problema de distribuição no qual os veículos localizados em um depósito central devem ser programados para que visitem os clientes distribuídos de maneira dispersa, de forma que atendam suas demandas e após as entregas possam retornar ao centro de distribuição. Estas visitas podem tanto estar conexas às junções (arestas) ou aos locais de visitas (nós) do grafo que representa as prováveis junções entre os pontos de visita (ou pontos de uniões entre as arestas). O problema de roteamento básico não considera uma ampla gama e diversidade de restrições adicionais e extensões, que são rotineiramente encontradas em circunstâncias verdadeiras. O referido autor expõe o PRV apresentando-o como a essência de todos os problemas de roteamento de veículos. Tal descrição deve-se ao grande número de situações práticas que dão origem aos aludidos PRVs.

Com base nestas acepções podemos entender o PRV como o artifício de demarcação de percursos ou trajetos. Estes passam a definir de forma matemática a trajetória que atenderá satisfatoriamente a uma função objetivo. Sendo que, para toda união entre um par de extremos, estão agregados um custo e distância. Objetivando satisfazer os mesmos empregam-se recursos disponíveis e o ponto inicial e final do percurso é especificado. Procura-se assim, apontar o conjunto de rotas que resultará em uma função objetivo de valor máximo ou mínimo. Isto deverá ser feito acatando as restrições do âmbito operacional, como as temporais (horário para atender os clientes), as de capacidade, as de recursos (veículos disponíveis), as de precedência (entregar ou recolher um produto primeiro), dentre outras mais.

Através desta conjuntura na qual se insere o PRV, observamos um entendimento imposto, que o mesmo é uma extensão do PMCV. A inclusão de condições, penalizações, variáveis de decisões e muitos outros fatores ratificam esta compreensão. Outrossim (CORDEAU et al., 2007) expõe o PRV com um dos problemas mais notórios no domínio da otimização combinatória, além de ser uma generalização do igualmente bastante popular PCV, o qual pode ser visto de maneira simplificada, como um PRV composto por um veículo apenas.

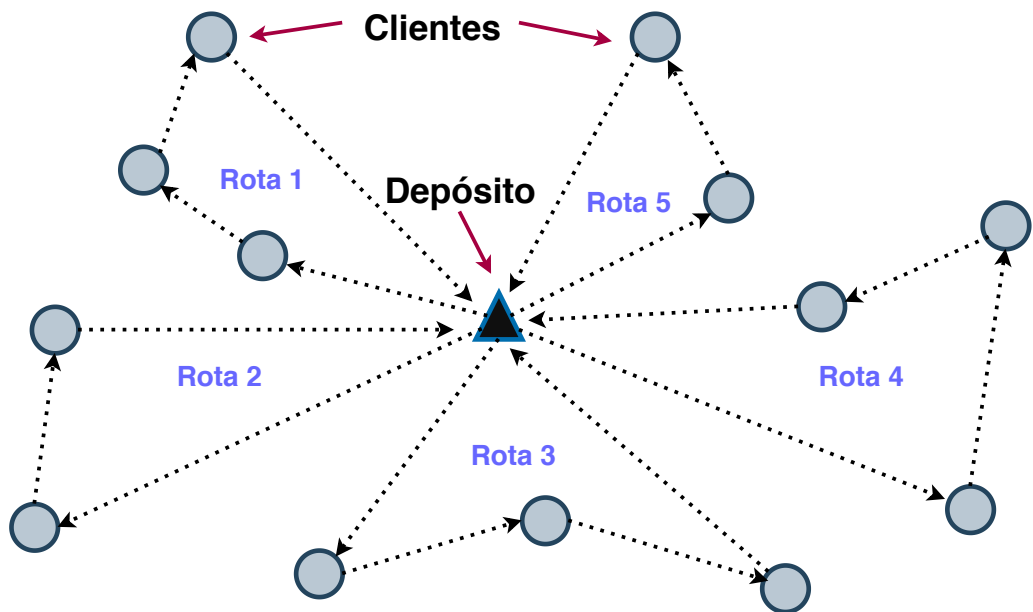
Um arquétipo para entendimento do PRV é exposto nas figuras 6, 7, 8 e 9. Os clientes estão numerados e ordenados de forma radial. Os valores entre parênteses indicam a demanda de cada cliente e a capacidade do veículo é 10. A solução inicial (figura 8) emprega 6 veículos e a melhor solução 5 veículos conforme a figura 9.

Figura 6 – Exemplo para entendimento do PRV.



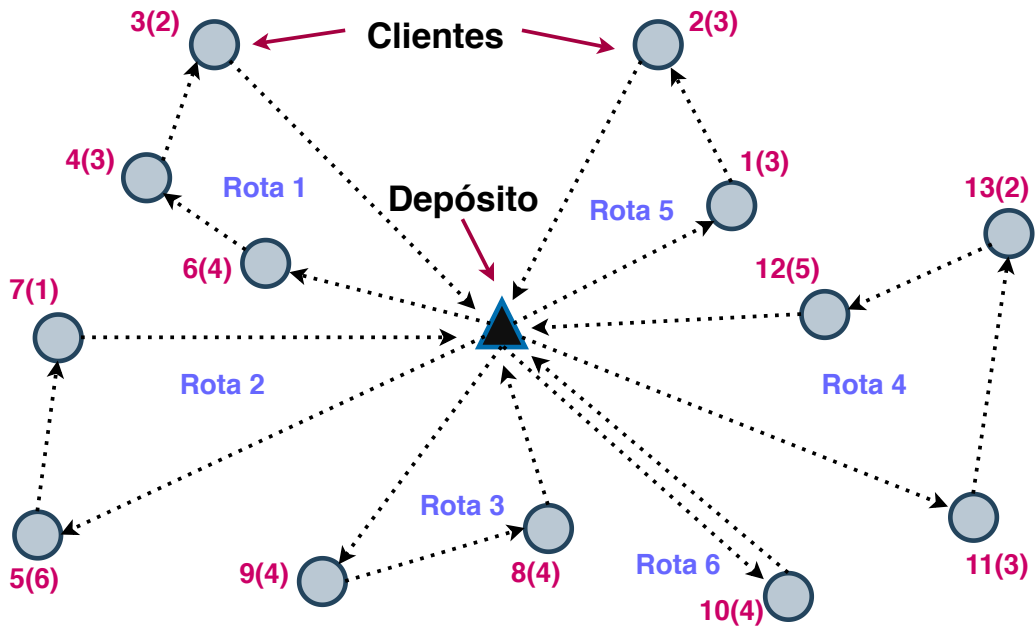
Fonte: Adaptado de (HJORRING, 1995).

Figura 7 – Exemplo de uma possível formação das rotas para o PRV.



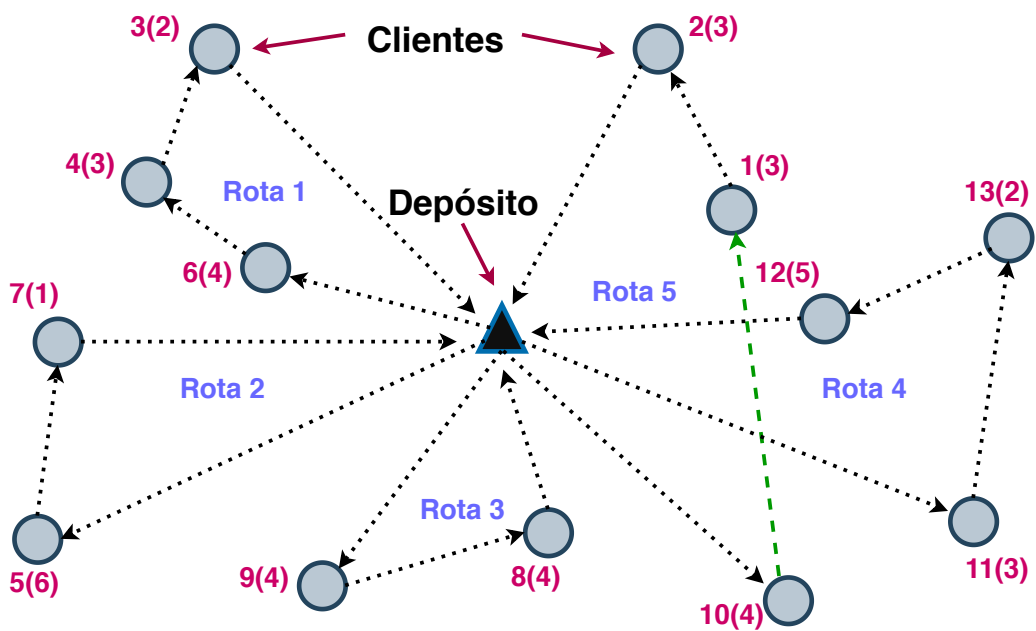
Fonte: Adaptado de (HJORRING, 1995).

Figura 8 – Exemplo de solução viável para o PRV.



Fonte: Adaptado de (HJORRING, 1995).

Figura 9 – Exemplo de solução viável melhorada para o PRV.



Fonte: Adaptado de (HJORRING, 1995).

2.5.1 Aplicações Práticas do PRV

O Problema de Roteamento de Veículos tem uma quantidade colossal de aplicações práticas. Isto porque o mesmo envolve caracteristicamente uma cadeia de circunstâncias reais que comprometem especialmente a indústria, o comércio, o setor de serviços, a segurança, a saúde pública e o lazer. Em seu trabalho (NOVAES, 2016) enfatiza os seguintes exemplos:

- Entrega, em domicílio, de artigos adquiridos em lojas de varejo ou através internet;
- Distribuição de bebidas em locais como bares e restaurantes;
- Distribuição de valores destinados a caixas eletrônicos;
- Distribuição de combustíveis para postos de gasolina;
- Coleta de lixo em via urbana;
- Entrega domiciliar de correspondências;
- Distribuição de produtos entre Centros de Distribuição (CD) de atacadistas para o varejo.

(GOLDBARG; LUNA, 2005) também aponta vários exemplos de aplicações práticas do PRV em seu trabalho, além de informar autores que propuseram trabalhos para os referidos. Alguns destes são:

- Distribuição de jornais (Golden e Magnanti [1977]; Dillmann et al. [1996]).
- Distribuição de manufaturados (Perl e Daskin [1985]).
- Distribuição de produtos químicos (Ball et al. [1983]).
- Transporte escolar (Newton e Thomas [1974], Li e Fu [2002]).
- Leitura de medidores elétricos (Stern e Dror [1978]).
- Distribuição de pão (Derigs e Grabenbauer [1993]).
- Recolhimento de borracha (Nambiar et al. [1989]).
- Serviços de emergência (Daskin [1987]).
- Programação de sondas de produção (Goldbarg, et al. [2002]).
- Transporte de pedras (Schneider (1985)).
- Sistemas de proteção contra incêndio (Marianov e ReVelle [1992]).

2.5.2 Classificação e Taxonomia para o PRV

Alguns autores apresentam classificações para o PRV apoiados no fundamento dos ambientes de operação e intentos a serem atingidos. Os mesmos podem ser definidos como problemas de roteamento puro, se estes não contemplam as restrições de caráter temporais (restrições de horários de atendimento nos pontos a serem visitados ou prioridades entre serviços). Para a definição de rotas e sequencias de atendimento estas soluções estão voltadas apenas para os aspectos espaciais da localização dos pontos a serem percorridos. Se além disso a demarcação dos itinerários envolve as referidas restrições é comum encontra-los como problemas combinados de roteamento e programação. Um exemplo simples de classificação é proposto por (RONEN, 1988) para os diversos problemas de roteamento e programação:

- Problemas relativos ao transporte de passageiros: programação de linhas de ônibus; de sistemas de táxi; de sistemas de transporte de pessoas, em geral idosos e deficientes, conhecidos como “dial-a-ride”; de transporte de escolares por ônibus, entre outros;
- Problemas de prestação de serviços: roteirização e programação de equipes de reparos ou de serviços públicos, tais como de coleta de lixo, entrega postal, varrição de ruas e leitura de parquímetros, entre outros;
- Problemas relativos ao transporte de carga (coleta e distribuição).

No entanto (BODIN et al., 1983), sugere que os mesmos podem ser distribuídos em três divisões centrais:

- Problemas de roteamento puro de veículos (PRV);
Nestes, o objetivo central das táticas de resolução está voltado aos aspectos espaciais da localização dos pontos a serem atendidos. Na Tabela 1. estão relacionados os principais tipos de problemas de roteamento puro.

Tabela 1 – Exemplo de classificação para os problemas de roteamento puro.

Denominação	Número de rotas	Localização dos clientes	Limite de Capacidade dos veículos	Número de depósitos	Demandas
Problemas de roteamento em nós com um único depósito	múltiplas	nós	sim	um	determinísticas
Problemas de roteamento com múltiplos depósitos	múltiplas	nós	sim	múltiplos	determinísticas
Problemas de roteamento em nós com demandas incertas	múltiplas	nós	sim	um	estocásticas
Problemas de roteamento em arcos com limite de capacidade	múltiplas	arcos	sim	um	determinísticas

Fonte: Adaptado de (BODIN et al., 1983).

- Problemas de programação de veículos e tripulações (PRVT);
Aqui, as rotas ou encadeamentos de viagens a serem executadas já estão pré-definidas, restando determinar a alocação de veículos e tripulações ao total de viagens planejadas. Estes (PRVT) predominam nas conduções aéreas, ferroviárias, através de ônibus, etc.
- Problemas combinados de roteamento e programação de veículos.
Denominados problemas de roteamento e programação a maioria destes incidem, sobre ocasiões em que estão presentes restrições de janelas de tempo (horário de atendimento) e de precedência entre tarefas (coleta deve preceder a entrega e ambas devem estar alocadas ao mesmo veículo) (BODIN et al., 1983).

Segundo (CUNHA, 2000) dentre os essenciais problemas peculiares assinalados pelos autores acima, podem-se destacar os seguintes:

- Problema de roteamento e programação de ônibus escolares para atendimento de um grupo de escolas;
- Problema de roteamento e programação de cavalos mecânicos responsáveis por tracionar carretas com carga completa, em que cada carreta é tracionada individualmente de um ponto de origem para um ponto de destino;
- Problema de definição de rotas e programação de serviços de coleta de resíduos domiciliares e de varrição de ruas, com restrições de capacidade nos veículos, de duração máxima da jornada e de janelas de tempo associadas aos horários de proibição de estacionamento, de forma a possibilitar a execução do serviço de varrição;
- Problema de roteamento e programação de serviços de transporte de pessoas, conhecidos como “dial-a-ride”, em geral para o transporte porta-a-porta de idosos e deficientes, onde cada usuário possui locais de origem e destino diferentes e janelas de tempo.

De acordo com (MAGNANTI, 1981) os problemas de roteamento podem ser classificados distintamente de outra maneira. Esta visão, também compartilhada por (EISELT; GENDREAU; LAPORTE, 1995a; EISELT; GENDREAU; LAPORTE, 1995b; LETCHFORD, 1996), consiste em separar os tradicionais problemas de roteamento em grafos das outras variantes. Isto porque estas estão mais relacionadas à consideração de eventos práticos e específicos. Desta concepção resultam duas amplas categorias: Roteamento de veículos e roteamento em grafos. Sendo esta última composta pelas subclasses:

- Problema de Roteamento em Nós (conexos aos ciclos Hamiltonianos). Expõem-se como variações do Problema do Caixeiro Viajante englobando especialmente os casos: PCV Simétrico (PCVS), PCV Generalizado (PCVG), PCV com Backhauls (PCVB), PCV com Janelas de Tempo (PCVJT), PCV Múltiplo (PCVM), PCV com Gargalo ou MinMax (PCV MinMax), PCV com Bônus (PCV-B), PCV Seletivo (PCV-S), PCV Periódico (PCV-P), dentre outros.
- Problemas de Roteamento em Arcos (ou arestas) (coligados aos ciclos Eulerianos). Os mesmos podem ser do tipo capacitado ou não. A categoria mais corriqueira, ou seja, os básicos problemas não capacitados são os seguintes: Problema do Carteiro Chinês (PCC), Problema do Carteiro Chinês Não direcionado (PCCND), Problema do Carteiro Chinês Direcionado (PCCD), Problema do k-Carteiro Chinês (k-PCC), Problema do Carteiro Chinês Hierárquico (PCCH), Problema do Carteiro Rural (PCR), Problema do Carteiro Rural com Arestas Mistas (PCRM), Problema da Empilhadeira – Minimum Stacker Crane (PMSC), entre outros.

Para os problemas capacitados temos: Roteamento de Veículos Capacitados (frota homogênea) – PRVC, Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos – PRVMD, Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo – PRVJT, Roteamento Estocástico de Veículos – PREV, Roteamento Dinâmico de Veículos – PRDV, dentre mais.

Essencialmente o PRV incide sobre um problema no qual o objetivo é o sequenciamento de visitas. Porém em determinadas situações este poderá estar sujeito à ordem em que as atividades em cada ponto de visitação precisam ser efetivadas. Além disto, encontram-se entre os mais complexos da área de otimização combinatória. Em decorrência desta proporção de complexidade inerente a cada fase do problema, assim como o amplo número de variáveis, a heterogeneidade de restrições e os objetivos apresentados, é de grande relevância a definição de uma abordagem. Ante o exposto impõem-se a apreciação de uma meticulosa taxonomia para um melhor entendimento, permitindo assim classificar e identificar o problema com base em suas particularidades.

Trabalhos exemplares de classificação podem ser observados nas proposições de (BODIN; GOLDEN; ASSAD, 1981; CHRISTOFIDES, 1985; ASSAD, 1988; TENKLEY, 2008; EKSIUGLU; VURAL; REISMAN, 2009; LAHYANI; KHEMAKHEM; SEMET, 2015; BRAEKERS; RAMAEKERS; NIEUWENHUYSE, 2016). Nas publicações mais recentes os autores distribuíram os problemas em duas classes denominadas características do cenário e características físicas do problema. Esta organização contém três níveis dispostos como: nível estratégico e nível tático, relacionados às ca-

racterísticas do cenário. Tabela 2. O nível operacional está conexo às características físicas do problema. Conforme os mesmos o PRV pode ser classificado segundo os critérios descritos na tabela 3:

Tabela 2 – Taxonomia para problemas de roteamento nível estratégico e tático

1. Características do Cenário	1.1 Dados de entrada	1.1.1 Estáticos 1.1.2 Dinâmico 1.1.3 Determinísticos 1.1.4 Estocásticos
	1.2 Componentes de tomada de decisão	1.2.1 Roteamento 1.2.2 Inventário e roteamento 1.2.3 Localização e roteamento 1.2.4 Roteamento e programação de motoristas 1.2.5 Planejamento da produção e distribuição
	1.3 Número de depósitos	1.3.1 Único 1.3.2 Múltiplos
	1.4 Tipo de operação	1.4.1 Coleta ou entrega 1.4.2 Coleta e entrega 1.4.3 Backhuals 1.4.4 Dial-a-ride
	1.5 Restrições de entrega fracionada	1.5.1 Entrega fracionada permitida 1.5.2 Entrega fracionada não permitida
	1.6 Período de planejamento	1.6.1 Período único 1.6.2 Múltiplos períodos
	1.7 Uso múltiplo dos veículos	1.7.1 Viagem única 1.7.2 Múltiplas viagens

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 3 – Taxonomia para problemas de roteamento nível operacional

2. Características Físicas do Problema	2.1 Veículos	2.1.1 Tipo	2.1.1.1 Homogêneos 2.1.1.2 Heterogêneos
		2.1.2 Número	2.1.2.1 Fixo 2.1.2.2 Ilimitado
		2.1.3 Estrutura	2.1.3.1 Compartimentado 2.1.3.2 Não compartimentado
		2.1.4 Restrições de capacidade	
		2.1.5 Política de carregamento	2.1.5.1 Ordem cronológica 2.1.5.2 Nenhuma
		2.1.6 Regulamentações dos motoristas	
	2.2 Restrições de tempo	2.2.1 Restrições no cliente	
		2.2.2 Restrições no acesso às estradas	
		2.2.3 Restrições no depósito	
		2.2.4 Tempo de serviço	
		2.2.5 Tempo de espera	
	2.3 Estrutura de janela de tempo	2.3.1 Janela de tempo única	
		2.3.2 Múltiplas janelas de tempo	
	2.4 Restrições de incompatibilidade		
	2.5 Restrições específicas		
	2.6 Função objetivo	2.6.1 Objetivo único	
2.6.2 Múltiplos objetivos			

Fonte: Elaborado pelo autor.

2.6 Formulação Matemática para o PRV

Nesta divisão, alguns conceitos básicos que regem a formulação de um PRV são sintetizados. No Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (CVRP), especificado pela primeira vez por (DANTZIG; RAMSER, 1959), uma frota homogênea de veículos provê aos compradores os recursos disponíveis de um armazém ou nó principal. Toda condução tem a mesma capacidade (frota homogênea) e cada cliente apresenta uma apropriada demanda que deve ser cumprida. Além destes, existe uma matriz de custos que regula os gastos agregados à circulação de um veículo entre determinado nó e outro. Esses custos em regra simulam distâncias, períodos de viagem, quantidade de carros, funcionários, ou uma junção desses fatores.

No PRV tradicional, os clientes são sabidos previamente. Também, o tempo de transporte entre os clientes e os tempos de tarefa em cada cliente costuma ser conhecido (MADSEN; RAVN; RYGAARD, 1995). O PRV clássico pode ser especificada como segue (LAPORTE, 1992): Seja $G = (V, A)$ um grafo onde $V = \{1 \dots n\}$ é um conjunto de vértices representando cidades com o depósito situado no vértice 1 e A é o conjunto de arcos simulando os trajetos que unem as cidades entre si e ao depósito. Para cada arco (i, j) $i \neq j$ é agregado uma matriz de distância não-nula $C = (c_{ij})$. Em determinadas situações, c_{ij} pode ser definido como um custo de viagem ou como um tempo de viagem. Quando C é simétrico, muitas vezes é adequado substituir A por um conjunto E de arestas não direcionadas. Além disso, presuma que exista m veículos disponíveis no depósito, onde $m_L < m < m_U$. Quando $m_L = m_U$, m é dito ser fixo. Quando $m_L = 1$ e $m_U = n - 1$, m é dito estar livre. Quando m não é fixo, muitas vezes faz sentido agregar um custo fixo f ao uso de um veículo. O PRV consiste em desenhar um conjunto de rotas para veículos de mínimo custo de tal forma que:

- (I) cada cidade é visitada precisamente uma vez por exatamente um veículo;
- (II) todas as rotas de veículos iniciam e findam no depósito;
- (III) determinadas restrições laterais são atendidas;

Distintos modelos de programação inteira podem ser utilizados para formular matematicamente o PRV. Porém propor formulações proveitosas para o PRV não é uma empreitada comum. Existem diversas modelagens matemáticas relacionadas a um mesmo problema de otimização. No geral o arquétipo seguido ou concebido contempla demandas concernentes à maneira de resolver o problema em discussão. Dentre os modelos de formulações mais utilizados estão os de (GOLDEN; MAGNANTI; NGUYEN, 1977), (FISHER; JAIKUMAR, 1981), (BODIN et al., 1983), (VIEIRA et al., 2008) dentre outros. A formulação Matemática descrita abaixo considera o nó 0 como depósito e os clientes são numerados de 1 a n . A mesma tem como base o modelo

proposto por (BODIN et al., 1983) e considera as restrições elementares para atender o problema de roteamento de veículos capacitado (PRVC). Neste pode-se utilizar uma frota de veículos com diferentes capacidades (heterogênea) e assinala requisitos necessários e satisfatórios para asseverar uma solução aceitável (factível) e com otimalidade.

$$\text{minimize } F \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{v=1}^K C_{ij}^v X_{ij}^v \quad (2.3)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=0}^n \sum_{v=1}^K X_{ij}^v = 1 \text{ para } j \in \{1, \dots, n\} \quad (2.4)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{v=1}^K X_{ij}^v = 1 \text{ para } i \in \{1, \dots, n\} \quad (2.5)$$

$$\sum_{i=0}^n X_{ip}^v - \sum_{j=0}^n X_{pj}^v = 0 \text{ para } j \in \{1, \dots, n\} \quad (2.6)$$

$$\sum_{j=0}^n q_j \left(\sum_{i=0}^n X_{ij}^v \right) \leq Q_v \text{ para } v \in \{1, \dots, K\} \quad (2.7)$$

$$\sum_{j=1}^n \delta_j^v \left(\sum_{i=0}^n X_{ij}^v \right) + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n t_{ij}^v X_{ij}^v \leq T^v \text{ para } v \in \{1, \dots, K\} \quad (2.8)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{0j}^v \leq 1 \text{ para } v \in \{1, \dots, K\} \quad (2.9)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{i0}^v \leq 1 \text{ para } v \in \{1, \dots, K\} \quad (2.10)$$

$$X \in S \quad (2.11)$$

$$X_{ij}^v \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k \quad (2.12)$$

Onde,

Dados de entrada (constantes):

K : é o tamanho total da frota;

n : número de locais e (ou) clientes a serem visitados.

Índices:

i, j : clientes ou depósitos ($i, j = 0$ (depósito); $i, j = 1, \dots, n$ (clientes)) v : veículos ($v = 1, \dots, K$).

Dados de entrada (vetores e matrizes):

c_{ij}^v : custo de deslocamento do veículo v para ir do nó i até o nó j ;

q_i : total de entregas para o cliente i ;

Q_v : limite superior de capacidade do veículo v ;

δ_i^v : tempo de atendimento do cliente i para o veículo v ;

t_{ij}^v : tempo de deslocamento do veículo v para ir do nó i até o nó j ;

T^v : tempo máximo para o veículo v concluir a rota.

Variáveis de decisão:

$x_{ij} = 1$ se o cliente j for atendido depois de atendido o cliente i e 0 caso contrário ($i \neq j$; $i, j = 0, 1, \dots, K$).

X = matriz de componentes (abaixo)

$$X_{ij} \equiv \sum_{v=1}^K X_{ij}^v \quad (2.13)$$

que define as ligações sem dependência do tipo de veículo.

Aqui a função objetivo dada por 2.3 deve ser otimizada satisfazendo as restrições 2.4 a 2.10. A função objetivo 2.3 corresponde à minimização da distância percorrida total. As restrições 2.4 e 2.5 garantem as entregas parciais, ou seja, cada local deve ser visitado por exatamente um veículo e cada cliente é atendido unicamente vez. A sequência do percurso é assegurada pela equação 2.6, o que implica se um veículo chega a um determinado nó (local de entrega (cliente) ou depósito), o mesmo deve partir do referido ponto. A equação 2.7 apresenta a restrição de capacidade do veículo. O tempo total estipulado para conclusão da rota e indicado pela restrição 2.8. As restrições 2.9 e 2.10 garantem o uso de um veículo no máximo uma vez, ou seja o mesmo saia e retorne ao depósito perfazendo uma viagem única. Em 2.11 temos a restrição que impede a formação de sub-rotas. Isto é para evitar que a rota de um determinado veículo gere múltiplas rotas desconexas. Para todo veículo v do conjunto de soluções S é imposta uma restrição. O referido conjunto pode ser representado como a combinação de vários conjuntos S^v , especificado como segue:

$$S = \left\{ X_{ij}^v : \sum_{i \in Q} \sum_{j \in Q} X_{ij}^v \leq |Q| - 1 \right\} \quad (2.14)$$

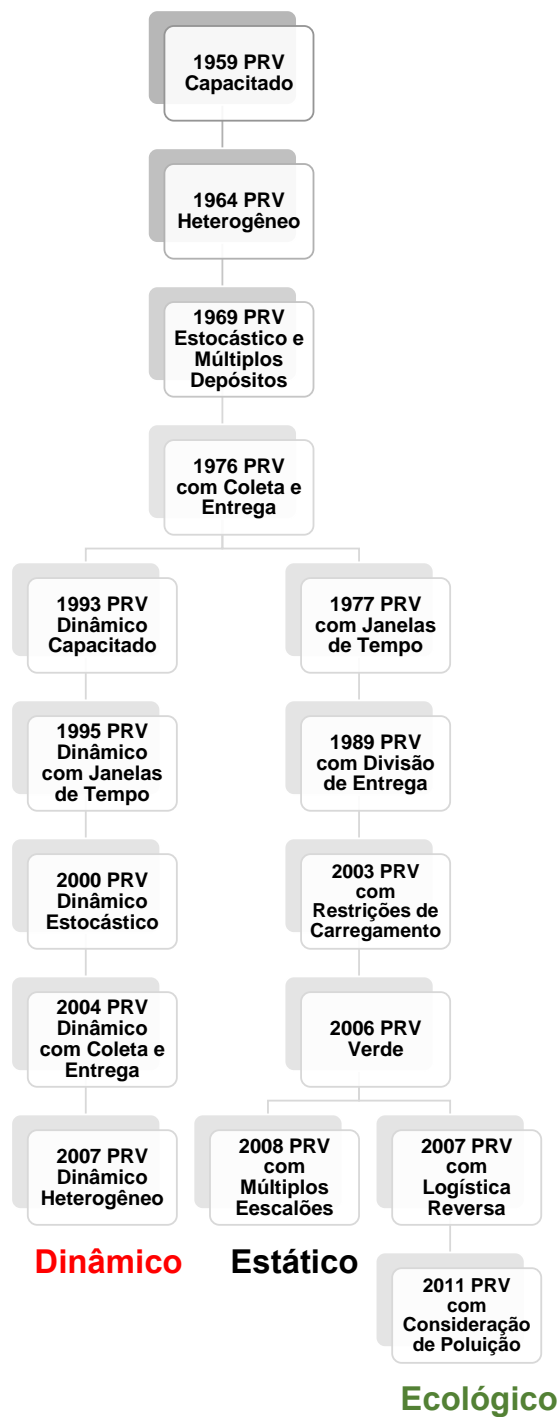
no qual, para todo subconjunto não vazio $Q(1, \dots, n)$, onde $|Q|$ é a cardinalidade de Q . Com esta restrição a sub rota representada pela sentença $X_{ii}^v = 1$ é impedida.

2.7 Variantes do PRV

No decorrer dos anos, de acordo com o que é mostrado na Figura 10, os pesquisadores vêm se voltando a estudar variações mais específicas do problema, procu-

rando suprir necessidades do dia-a-dia. O ponto de largada das explorações desempenhadas a partir de 1959 foi o PRV Capacitado. A partir de 1976 e, durante mais de cinquenta anos, foram originadas derivações do PRV, resultando, hoje em dia, em três divisões do referido: PRV dinâmico, PRV estático e PRV ecológico.

Figura 10 – Variações da pesquisa sobre PRV.



Fonte: Adaptado de (KIM et al., 2015).

O PRV clássico é o estático. É o mais simples em sua definição, conforme está descrito na seção anterior. Já no PRV dinâmico determinadas exigências aparecem durante a movimentação dos veículos. Por isso, deve-se proceder uma reprograma-

ção dos mesmos em tempo de operação. Este pode ter sua resolução visualizada como um PRV estático, por ocasião da nova programação das rotas. Há a necessidade, porém, que seja atribuído um limite de tempo para que as exigências que não foram programadas consigam ser satisfeitas no dia em que foram solicitadas. Desta forma as requisições posteriores a este tempo ficarão para o dia seguinte. A função objetivo é uma propriedade que diferencia o roteamento dinâmico do estático. Enquanto no contexto estático esta minimiza somente o custo no trajeto das rotas, no encadeamento dinâmico, a função objetivo abrange diversas variáveis. Com exemplo, nível de serviço e produtividade, ou seja, pedidos atendidos em determinado tempo.

Reunindo os intuitos especificados para um PRV estático, o PRV ecológico, Problema de Roteamento de Veículos Verde (PRVV), (do inglês *Green Vehicle Routing Problem* - GVRP), foi introduzido por (ERDOĞAN; MILLER-HOOKS, 2012). Congrega além disso preocupações com o meio ambiente e a sociedade. As corporações particulares estão convertendo suas frotas de transportes, incluindo veículos com combustível alternativo os chamados VCA, (do inglês *Alternative Fuel Vehicles* – AFV). Exemplo que passa a ser seguido por municípios, órgãos governamentais e organizações sem fins lucrativos, utilizando o biodiesel, eletricidade, etanol e hidrogênio, com o propósito de reduzir voluntariamente o impacto para o meio ambiente.

Praticamente, o PRV básico pode ser combinado a restrições, por exemplo, capacidade máxima permitida do veículo, duração do trajeto, horário de chegada ou partida em cada localidade e tempo de ocupação, coleta ou entrega de mercadorias. Exemplos de categorias estendidas de PRV são PRV com restrições de entrega dentro de janelas de tempo especificadas (VRPTW), PRV com backhauls (VRPB) e PRV de coleta e entrega simultânea (VRPSPD). Em geral, o essencial objetivo do PRV, abrangendo dessemelhantes problemas de variantes, é minimizar o custo total de transporte em termos de distância percorrida e (ou) dimensão da frota. Dentre as variantes do PRV com amplo aprofundamento em estudos podemos citar:

2.7.1 PRV com Janelas de Tempo

O Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo (PRVJT) é uma generalização do clássico problema de roteamento de veículos (PRV) acumulando a restrição de janela de tempo para os clientes. Nesse contexto, os veículos devem atender todos os clientes dentro do espaço de tempo estipulado, sendo que os mesmos podem chegar antes do limite inferior da janela de tempo e esperar para começar o atendimento. Por outro lado, veículos atrasados não são permitidos, embora outras variações do problema tolerem atraso dentro de uma abordagem envolvendo penalidades. (PUREZA; MORABITO; REIMANN, 2012) propôs uma nova variante do

PRVJT com múltiplos entregadores. O modelo apresentado é ajustado às situações em que grandes volumes de mercadorias devem ser entregues e requer menos tempo para reduzir o tempo total da viagem. Os autores utilizaram os algoritmos Busca Tabu (do inglês *Tabu Search - TS*) e Otimização por Colônias de Formigas (do inglês *Ant Colony Optimization - ACO*), para testar o modelo em questão.

2.7.2 PRV com Coleta e Entrega

O Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega (PRVCE) trabalha com a entrega bem como com a coleta de artigos dos clientes, visando minimizar a distância total percorrida. Cada local está associado aos itens a serem reavidos ou entregues ou os dois. Há também uma prioridade associada a cada um dos locais a serem visitados. Além disso, as restrições de emparelhamento limitam o conjunto de rotas de modo que um veículo tenha que fazer tanto o recebimento quanto a entrega da carga de uma solicitação de transporte. Mais trabalhos sobre táticas aplicadas para a solução de PRVCE é exposto em (PARRAGH; DOERNER; HARTL, 2008).

2.7.3 PRV com Backhauls

O Problema de Roteamento de Veículos com Backhauls (PRVB) é uma extensão do Problema de Roteamento de Veículos (PRV) envolvendo pontos de entrega e coleta. Os pontos Linehaul (de entrega) são clientes que recebem uma determinada quantidade de produto oriunda de um único depósito. Os pontos Backhaul (de coleta) são aqueles associados aos clientes que têm mercadorias com destino ao depósito. A restrição principal indica que todos os clientes de entregas (linehaul) devem ser atendidos obrigatoriamente antes dos clientes de coleta (backhaul) em uma determinada rota. Alguns trabalhos que abordam essa variante são (BRANDAO, 2006), (ROPKE; PISINGER, 2006). Uma programação linear inteira (ILP) foi proposta e testada em relação a outras abordagens existentes, para VRPB de tamanho da frota mista com veículos heterogêneos apresentado por (SALHI; WASSAN; HAJARAT, 2013).

2.7.4 PRV Dinâmico

Nos problemas dinâmicos de roteamento dados relativos aos serviços não são totalmente conhecidos no momento do planejamento da rota. Além disso, nos referidos o que pode existir é a disponibilização gradual de dados, dessa forma torna-se razoável que porções das rotas originalmente planejadas e ainda não cumpridas sejam modificadas para acomodar novos pedidos e responder a outros eventos. Assim sendo, o problema dinâmico de roteamento está intimamente ligado ao problema

estático. A principal diferença é que novas ordens (pedidos) podem chegar e serem inseridas nas rotas após o serviço ter sido iniciado. Os artigos que abordam o DVRP envolvem os de (GENDREAU; POTVIN, 1998) e (MONTEMANNI et al., 2005). As aplicações do PRVD e a análise das várias estratégias de solução para o mesmo foram discutidas exaustivamente por (PILLAC et al., 2013). Para uma revisão abrangente dos avanços realizados no campo do DVRP nas últimas décadas, os leitores interessados podem se portar a (PSARAFTIS; WEN; KONTOVAS, 2016).

2.7.5 PRV Estocástico

O Problema de Roteamento de Veículos Estocástico (PRVE) é uma variação do PRV na qual um ou mais elementos são gerados de forma aleatória ou probabilística. Por exemplo, no PRV com demanda estocástica, as demandas dos clientes são variáveis randômicas, geralmente assumidas como independentes e seguindo alguma distribuição de probabilidade conhecida. PRV com clientes estocásticos, o conjunto de clientes a ser visitado não é conhecido com certeza, cada cliente possui uma probabilidade p_i de estar presente, ou seja, cada cliente possui uma probabilidade p_i de possuir demanda. PRV com tempo de viagem estocástico, o tempo necessário para um veículo deslocar-se do cliente i para o cliente j é gerado de forma probabilística. Esse tipo de problema pode estar relacionado a diversos fatores, tais como o clima, trecho em obras, acidentes, entre outros. (MARINAKIS; IORDANIDOU; MARINAKI, 2013) e (JUAN et al., 2011), figuram entre os trabalhos que tratam dessa variante.

2.7.6 PRV com Múltiplos Depósitos

Esta extensão do PRV se distingue do problema capacitado por existir diversos depósitos, onde todos possuem uma frota de veículos. Contudo, um veículo ao terminar sua rota, precisa continuamente regressar ao depósito de onde partiu. Não podendo também passar em outros depósitos. O PRVMD versa sobre arquitetar um conjunto de rotas para cada depósito, de maneira a tornar mínimo o custo total do transporte, atendendo ao mesmo modelo de restrições impostas ao PRVC. Para evitar a complexidade na resolução do PRVMD há uma tendência natural em reunir os clientes próximos em grupos e destinar cada conjunto a um determinado depósito. Isto implicaria resolver de forma separada cada PRVC.

Um algoritmo para o PRVMD foi proposto por (WREN; HOLLIDAY, 1972), construindo uma solução inicial para o problema. Este comporta-se como uma varredura atribuindo aos depósitos os clientes mais próximos destes e calculando o ângulo formado entre os mesmos. Então ordena os clientes no sentido horário sem levar em consideração o depósito. A construção das rotas é feita de forma sequencial em to-

dos os depósitos e os clientes inseridos na rota que comporta um custo mínimo. Este processo de melhoria é realizado utilizando-se diversos métodos heurísticos.

2.7.7 PRV com Frota Heterogênea

Esta variante do PRV é considerada uma generalização do PRVC. No entanto diferencia-se do mesmo por cada veículo apresentar uma capacidade particular. Neste além de decidir sobre questões relacionadas ao roteamento impera a necessidade de escolher o veículo mais adaptado à demanda a ser suprida. Isto deve ser feito visando a melhor maneira de atender aos objetivos definidos para o roteamento, sendo para reduzir o percurso, otimizar os custos, reduzir o total de veículos, dentre vários. Por causa de sua inerente complexidade, os enfoques para solucionar o mesmo achados na literatura envolvem basicamente métodos heurísticos e meta-heurísticos que, em sua maior parte, resultam das heurísticas para o PRVC com frota homogênea. Porém sua forma heterogênea é consideravelmente mais embaraçosa de se solucionar pois a comprovação da factibilidade das rotas é feita considerando-se o veículo que realiza a rota, diferentemente do caso homogêneo onde todos os veículos têm capacidades iguais.

(GOLDEN et al., 1984) propôs a primeira solução para o PRVFH. Utilizaram uma heurística que adapta a heurística de savings de (CLARKE; WRIGHT, 1964), onde quatro diferentes expressões foram propostas para incorporar o conceito de frota heterogênea no cálculo dos savings. Também propuseram um método em duas fases do tipo route-first-cluster-second, que de início cria uma rota infactível com todos os clientes e depois a mesma em rotas menores e viáveis.

Uma abordagem para as duas situações do problema (frota homogênea e heterogênea) é proposta por (SUBRAMANIAN et al., 2012). O mesmo utiliza um algoritmo híbrido, onde uma heurística baseada em busca local iterada gera colunas em uma formulação de particionamento de conjuntos. Também inclui uma vizinhança variável e uma ordem aleatória da vizinhança à busca local iterada para aperfeiçoar a técnica. Dentre os trabalhos tratando o problema estão: Ferreira (2011), (TAILLARD, 1999), cunha (1997), (ROCHAT; SEMET, 1994).

2.7.8 Outras Variantes

Muitas distintas variantes do PRV principal também constituíram objeto de estudo na literatura deste problema. Estas contêm em sua composição a combinação de determinadas variantes, incluindo as debatidas anteriormente. Temos como exemplo dentre várias as seguintes:

- **Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo e Entrega Fracionada (PRVJTEF):**

Este é uma derivação do PRVJ, no qual há a exigência por parte dos clientes, que as entregas sejam efetuadas em um espaço de tempo. A exemplo do PRVEF um veículo pode atender mais de um cliente.

- **Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega e Janela de Tempo (PRVCEJT):**

O mesmo incide na união do PRVCE com acréscimo das restrições de janelas de tempo oriundas do PRVJT.

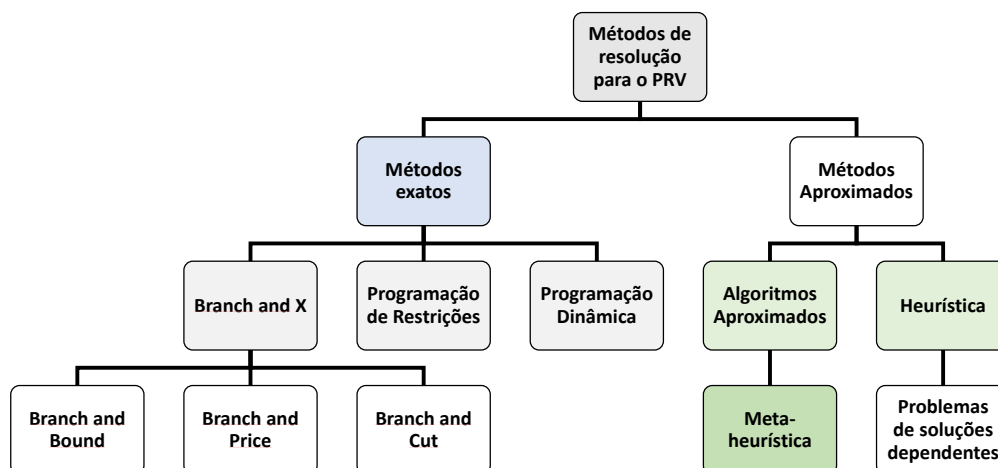
- **Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Janela de Tempo (PRVFHJT):**

Esta é outra variante do PRV onde se associam as restrições do PRVFH e as restrições de janela de tempo. Quando acrescentamos a este problema a relaxação de entregas completas derivamos mais uma extensão do PRV, que é conhecida na literatura como Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea, Janela de Tempo e Entregas Fracionadas (PRVFHJTEF).

2.8 Metodologias de Resolução

Dois pontos fundamentais necessitam ser observados para a solução de um PRV: A modelagem matemática do problema e a seleção do método para solucionar o mesmo. O PRV tem sua modelagem realizada, na maior parte dos casos, por meio de Programação Inteira (IP) ou Programação Inteira Mista (MIP). Sendo que MIP é utilizada quando determinadas variáveis podem não pertencem ao conjunto dos números inteiros. Um estudo que expõe os modelos e métodos presentes na literatura para resolver o PRV foi desenvolvido por (KIM et al., 2015). Os dados estão expostos nas tabelas a seguir: A Tabela 4 relaciona o objetivo do problema PRV com a modelagem utilizada em diversos trabalhos. A Tabela 5 relaciona o método de modelagem e o método utilizado para solução do PRV. A figura 11 apresenta as diferentes abordagens utilizadas na resolução do PRV.

Figura 11 – Abordagens de resolução para o PRV.



Fonte: Adaptado de (GOEL; MAINI, 2017).

Tabela 4 – Objetivos e Métodos de Modelagem.

Objetivos	Métodos de Modelagem
Custo ambiental	Programação Inteira, Programação Inteira Mista, Modelo estocástico e outros.
Custo de viagem	Modelo baseado no conhecimento, Modelo de rede, Programação inteira, Programação inteira mista, Modelo estocástico, Programação dinâmica, outros.
Distância	Programação inteira mista, Programação dinâmica e outros.
Tempo de viagem	Programação inteira, Programação inteira mista, outros.
Custo de unidade	Programação inteira, Programação inteira mista, outros.
Custo fixo	Programação inteira mista.
Tamanho da frota	Programação inteira, Programação inteira mista, outros.
Tempo de serviço	Programação inteira mista.
Janelas de tempo	Modelo espaço tempo.
Outras	Modelo de rede, Programação inteira, Programação inteira mista, Modelo espaço tempo, outros.

Fonte: Adaptado de (KIM et al., 2015).

Uma ampla diversidade de estratégias de solução para o PRV encontra-se disponível na literatura. Isto se deve ao fato do problema ser largamente estudado em virtude do número de aplicações práticas representado pelo mesmo. Desde o

Tabela 5 – Métodos de Modelagem e Métodos de Solução do PRV.

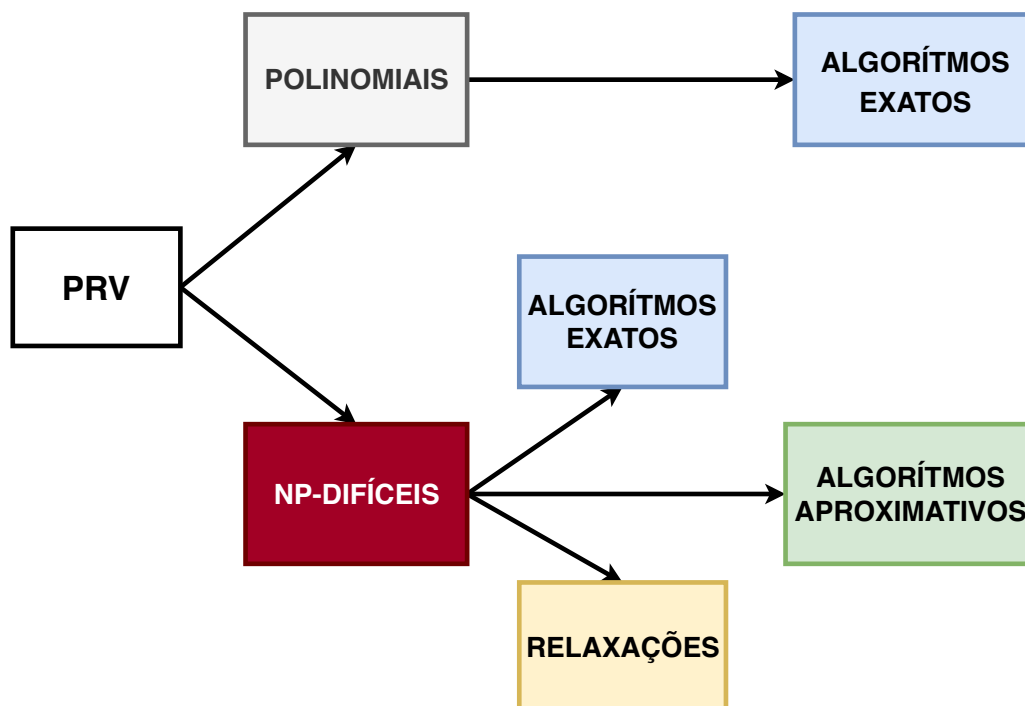
Métodos de Modelagem	Métodos de Solução
Programação Inteira Mista	Algoritmos de Agrupamento, Decomposição, Algoritmos Exatos, Heurística Gulosa, Metaheurísticas, Novas Heurísticas, Heurística de Remover-Inserir, Algoritmos de Poupança, Heurística de Dois Estágios, Outras.
Programação Inteira	Algoritmos de Agrupamento, Algoritmos Exatos, Heurística Gulosa, Meta-heurísticas, Novas Heurísticas, Algoritmos de Busca, Heurística de Dois Estágios, Outras.
Programação Dinâmica	Algoritmos Exatos.
Modelo Espaço Tempo	Outros.

Fonte: Adaptado de (KIM et al., 2015).

primeiro problema proposto por (DANTZIG; RAMSER, 1959) (KALLEHAUGE, 2008), muitos algoritmos foram apresentados para solucionar o clássico ou suas variantes. Procedimentos exatos foram descritos igualmente como heurísticas. Considerando que os métodos exatos fornecem o ideal, ou seja, as melhores soluções, técnicas aproximadas, muitas vezes chamadas de meta-heurística na maioria das vezes geram soluções próximas ao ótimo. Um panorama generalizado das diferentes abordagens empregadas no intuito de resolver o PRV é demonstrado no trabalho de (LAPORTE, 1992). O mesmo trata de algoritmos exatos e heurísticos.

Na maioria dos casos, os problemas descritos como de roteamento apresentam variáveis inteiras ou suas funções objetivo são descontínuas. Isto implica não poderem ser resolvidos com a utilização do método simplex. Então, a Pesquisa Operacional concebe táticas para solucioná-los conforme a Figura 12. Pode ser observado através da mesma que as abordagens exatas são utilizadas para relaxações dos problemas. Isto deve-se ao fato de que esta prática aumentam o tamanho dos problemas que podem ser resolvidos pela referida abordagem.

Figura 12 – Estratégias de resolução para o PRV.



Fonte: Adaptado de (GOLDBARG; LUNA, 2005).

2.8.1 Métodos Exatos

As abordagens exatas para a solução do PRV sugerem uma maneira de enumerar as soluções viáveis com a finalidade de assegurar que a melhor solução seja descoberta. A enumeração completa em regra é custosa e impossível em termos computacionais, o que manda ao estudo de procedimentos exatos, com um certo nível de percepção, para evitar a procura de soluções em regiões do espaço de soluções onde a qualidade não é atrativa. Fundamentam-se em técnicas de programação matemática, e dificilmente solucionam instâncias com números de clientes superior a 150 clientes (SUBRAMANIAN et al., 2012).

Segundo (LAPORTE; NOBERT, 1987; LAPORTE, 1992), os métodos exatos podem ser classificados em: métodos de busca direta em árvore (técnicas de atribuição de limite inferior, algoritmo branch and bound, e árvore geradora central de grau k), programação dinâmica e programação linear inteira (utilizando o particionamento de conjuntos) e geração de colunas (formulando um índice triplo e um índice duplo para o fluxo de veículo).

“Os métodos exatos obtêm soluções ótimas e garantem sua otimização” (JOURDAN; BASSEUR; TALBI, 2009). Enquanto os enfoques Branch’s abordam o PRV como

programação linear inteira (ILP) ou mista (MILP), a programação dinâmica divide o problema de grande complexidade em vários subproblemas mais simples. (ELHAL-LAOUI et al., 2005) indicaram um método de geração de colunas que incide em dividir o problema em dois: o problema principal e o subproblema.

Segundo (HENTENRYCK, 1989) a programação de restrições (PR) (do inglês *Programming Constraint - CP*) é um protótipo para inter-relacionar variáveis diferentes usando restrições. Neste reduz-se o domínio do problema através da redução do espaço de busca. Pode-se então resolver o problema com outros algoritmos de busca pois este estará menos complexo. Em seu trabalho (GUIMARANS et al., 2011) utilizou a relaxação lagrangeana para construir as rotas e depois verificou a viabilidade das mesmas através da PR. A técnica de particionamento de conjuntos analisa diversas restrições ao mesmo tempo. Sua inicial proposição para o PRV consta do trabalho de (AGARWAL; MATHUR; SALKIN, 1989) onde cada rota é estabelecida como uma variável binária.

Trabalhos abordando proposições exatas para o PRV estão exemplificados na literatura como os de (FISHER; JAIKUMAR, 1981), (DESROCHERS; DESROSIERS; SOLOMON, 1992), (BARD; KONTORAVDIS; YU, 2002), (ACHUTHAN; CACCETTA; HILL, 2003), (BALDACCI; TOTH; VIGO, 2010; BALDACCI; MINGOZZI; ROBERTI, 2012) dentre outros. Autores como (TOTH; VIGO, 2002) reiteram que para grandes problemas de otimização combinatória, a prática de métodos exatos para solucionar os mesmos torna-se inviável. Isto por causa da elevada dificuldade computacional. Motivo pelo qual torna-se preferível a utilização de métodos que tenham como base Heurísticas e Meta-heurísticas.

2.8.2 Heurísticas

Oriundo da dificuldade computacional de solucionar problemas com características combinatórias de maneira exata, como o PRV, nasceram os algoritmos heurísticos, com o intuito de fornecer soluções com uma boa qualidade em um tempo hábil. Métodos heurísticos geralmente, são procedimentos específicos para um determinado problema e comumente não se aplicam a problemas diversos, pois tiram vantagem de particularidades próprias de cada problema. De acordo com (NICHOLSON, 2007) podemos definir heurística como uma metodologia para solucionar um problema utilizando uma abordagem “intuitiva”, geralmente lógica, onde a composição do problema possa ser interpretada e explorada de forma inteligente visando alcançar uma solução admissível.

Todo método heurístico fornece uma escolha limitada de busca por soluções no espaço de soluções. Por este motivo, os referidos não têm garantia de otimalidade

das soluções descobertas, nem uma maneira de assegurar o quão próximos podem estar da solução ótima. Uma das dificuldades encontrados na busca de soluções empregando os mesmos, é os mínimos ou máximos locais. Estes são regiões do espaço de busca definidos em vales ou picos, ou seja, regiões onde o custo da função objetivo é o maior (maximização) ou o menor (minimização), em meio às soluções prováveis na vizinhança avaliada.

Uma heurística se concentra em localizar metodicamente uma solução admissível dentro de um número restrito de iterações. Por exemplo, o método de poupança de (CLARKE; WRIGHT, 1964) é um dos iniciais exemplos de método heurístico empregado para solucionar o PRV. Na solução inicial, cada uma das rotas inclui somente um único cliente. A heurística busca fundir duas rotas para maximizar a economia de distância, conservando a viabilidade das rotas combinadas. De igual maneira, a "varredura" por (GILLET; MILLER, 1974) é meramente colocar clientes em uma rota, baseado em seu ângulo polar ao redor do depósito. Uma heurística origina soluções comparativamente mais velozes que os métodos exatos. Porém, não se tem garantia da otimização.

No decorrer dos anos diferentes modelos heurísticos foram apresentados para resolver o PRV. Em suas publicações autores como (MARINAKIS; MIGDALAS, 2002), (LAPORTE; SEMET, 2002), (TOTH; VIGO, 2002), (CORDEAU; LAPORTE, 2005), concordam que as heurísticas para o PRV podem ser classificadas em três grupos principais:

- **Heurísticas construtivas:**

São técnicas algorítmicas que produzem soluções factíveis passo a passo a partir de uma solução trivial que comumente é impraticável, objetivando melhorar a função objetivo. Estas técnicas têm por características realizar uma restrita exploração no espaço de busca e na maioria das vezes gerarem boas soluções a um custo computacional pequeno. Pode-se gerar as soluções estabelecendo uma rota por vez (forma sequencial), ou construindo todas as rotas ao mesmo tempo (em paralelo). As rotas são criadas pela adição consecutiva de nós clientes ainda não visitados nas rotas em concepção. É estabelecido de início um critério que deverá ser seguido para a escolha dos nós, como por exemplo, priorizar escolhas que venham a minimizar a distância adicional com a inserção dos nós nas rotas.

Heurística de Clark e Wright:

É também conhecido como algoritmo das economias ou Savings Algorithm. É uma das mais clássicas heurísticas construtivas para o PRV. O mesmo foi proposto em 1964 por Clarke e Wright em (CLARKE; WRIGHT, 1964) e tem seu

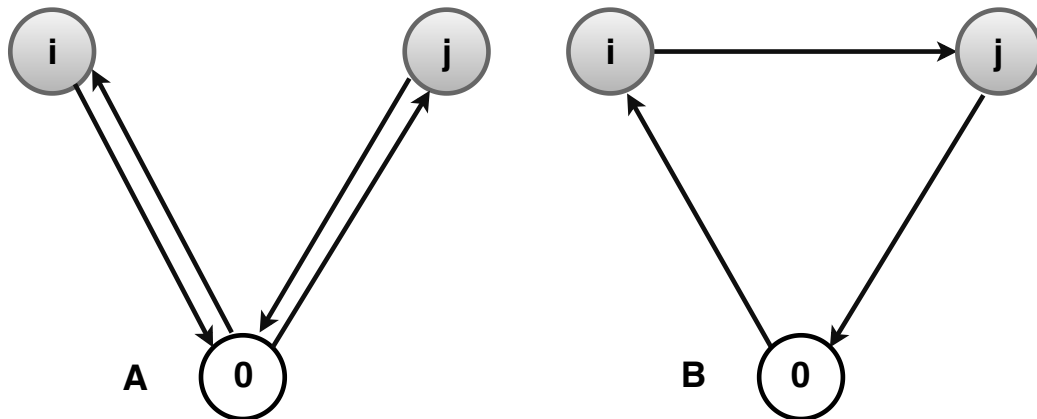
fundamento na expansão gradativa das rotas de modo a minimizar a função objetivo, simplesmente reorganizando as rotas já estabelecidas. A seleção das rotas que serão juntas é feita de modo que produza a rota com o menor custo. É um método iterativo de construção com base na ideia de economias, estabelecidas como o ganho da combinação ou a unificação de duas rotas que já existem. A economia de uma da união incide, assim, na diminuição do número de veículos (uma unidade), e na redução da distância total percorrida. De início deve-se considerar que um veículo atenda apenas um cliente. Se todas as junções de rotas possíveis provocam violação, sendo de tempo máximo de rota, ou de capacidade máxima do veículo, o algoritmo é então finalizado.

Tomando como exemplo duas junções ($i - d - i$) e ($j - d - j$), onde i e j significam pontos a serem visitados e d o depósito, remove-se as junções que de cada ponto incidem no depósito e acrescenta-se uma outra entre os pontos a serem visitados. Tem-se assim uma nova rota cujo valor da economia resultante destas mudanças é calculado conforme o exposto a seguir:

$$\text{economia} = C_{di} + C_{jd} - C_{ij}$$

Onde C_{di} significa o custo para ir do depósito d ao nó i , C_{jd} representa o custo para ir do nó j ao depósito d e C_{ij} o custo para ir do nó i ao nó j . A figura 13 ilustra a técnica de calcular as economias e o algoritmo 1 expõe os detalhes da implementação do método de acordo com as aceções de (GOLDBARG; LUNA, 2005).

Figura 13 – Exemplo do cálculo das economias.



$$\text{Distância} = (2D_{0i} + 2D_{0j})$$

$$\text{Distância} = (D_{i0} + D_{0j} + D_{ji})$$

$$\text{Economia} = (2D_{0i} + 2D_{0j}) - (D_{i0} + D_{0j} + D_{ji}) = D_{0i} + D_{0j} - D_{ji}$$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Algoritmo 1: Heurística de Clark e Wright (sequencial)

início

Ler $G = (N, A), c_{ij}$. { * nó 0 é o depósito central * }

Inicializar Rota: = $(x_0 - x_s - x_0)$

Calcular a economia $s_{ij} := c_{0j} - c_{ij} + c_{j0}$ para todo o par de clientes x_i e x_j
{ * nós em G * }

Ordenar as economias em ordem decrescente em uma lista

Enquanto existir ligações na lista **Faça**

Iniciando pela maior economia da lista **Faça**

início

Determine a primeira ligação na lista que pode ser utilizada para ser aumentada em um dos dois extremos de **Rota**, ampliando seu tamanho e a retirando da lista;

Se **Rota** não pode ser estendida da maneira anterior **então escolha** a primeira junção na lista para começar uma nova rota, e a remova da lista

fim

fim

- Heurísticas de duas fases:

Este método propõe a decomposição do problema em duas fases: agrupar os clientes (demanda) em rotas factíveis (clustering) e depois estabelecer as rotas (routing). Beasley (BEASLEY, 1983) propôs que é possível ainda dividir estas heurísticas em duas abordagens praticáveis: cluster-first, route-second (Na qual os pontos de demanda são agrupados e, sobre estes grupos, são construídas as rotas válidas). Ou route-first, cluster-second (Criando-se de início uma grande rota que abrange todos os pontos de demanda, desconsiderando determinadas restrições do problema. Na fase seguinte, esta rota é dividida em rotas menores que tornem a solução viável). O mesmo observou que esta segunda etapa da abordagem é uma ocorrência particular do problema de caminho mínimo e utilizando por exemplo o algoritmo de Dijkstra, obtém-se uma solução com complexidade $O(n^2)$. A seleção dos métodos utilizados nas etapas de agrupamento e roteamento estão estritamente relacionada ao desempenho destas abordagens.

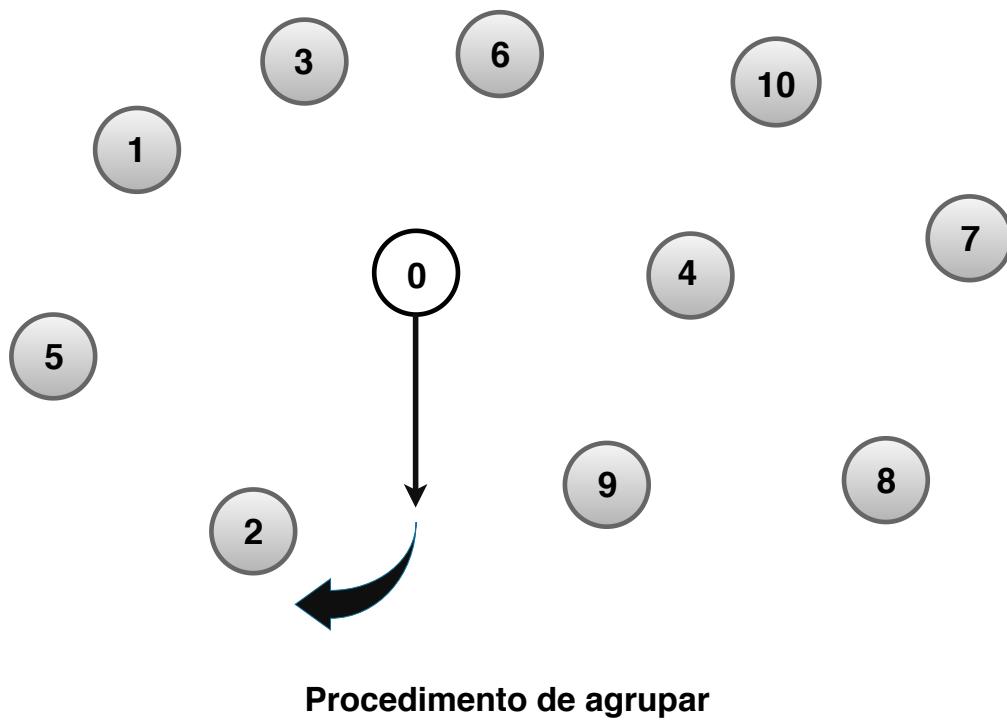
Algoritmo de varredura:

A proposição inicial do algoritmo de varredura ou Sweep Algorithm concerne a (GILLET; MILLER, 1974). Esta foi destinada a um problema de roteamento com restrições de capacidade dos veículos e sobre a distância máxima que pode ser coberta durante a rota. A mesma tem como base o conceito de heurísticas de duas fases conforme a abordagem cluster-first, route-second (primeiro agrupar e depois rotear), e procura obter a solução do problema em duas etapas distintas. Agrupa os pontos de demanda primeiro, conforme um determinado critério de proximidade. Na etapa seguinte cada grupo (ou cluster) é resolvido de forma independente. A técnica baseia-se no princípio de que as rotas são desenvolvidas preferencialmente entre os clientes (pontos de demanda) mais próximos (vizinhos), utilizando a referência do plano cartesiano. Tem como destaque uma grande eficiência e simplicidade na etapa de agrupamento (GOLDBARG; LUNA, 2005).

Calcula-se as coordenadas polares em relação ao depósito para todos os pontos de demanda (clientes) no início. Depois de acordo com os valores angulares de suas coordenadas os pontos de demanda (clientes) são ordenados em ordem crescente. De forma iterativa os demais pontos de demanda (clientes) são interconectados ao ponto de demanda (cliente) com menor angulação selecionado, até que exceda alguma das restrições. Isto acontecendo reinicia-se o procedimento e os pontos de demanda restantes são ligados ao depósito novamente. Assim o agrupamento dos pontos segue um critério angular. Quando o procedimento finda tem-se uma solução inicial resultante da conexão dos pontos de demanda (clientes) a cada iteração. Em determinadas variações desta heurística a fase de roteamento é proposta após a formação de todos os grupamentos.

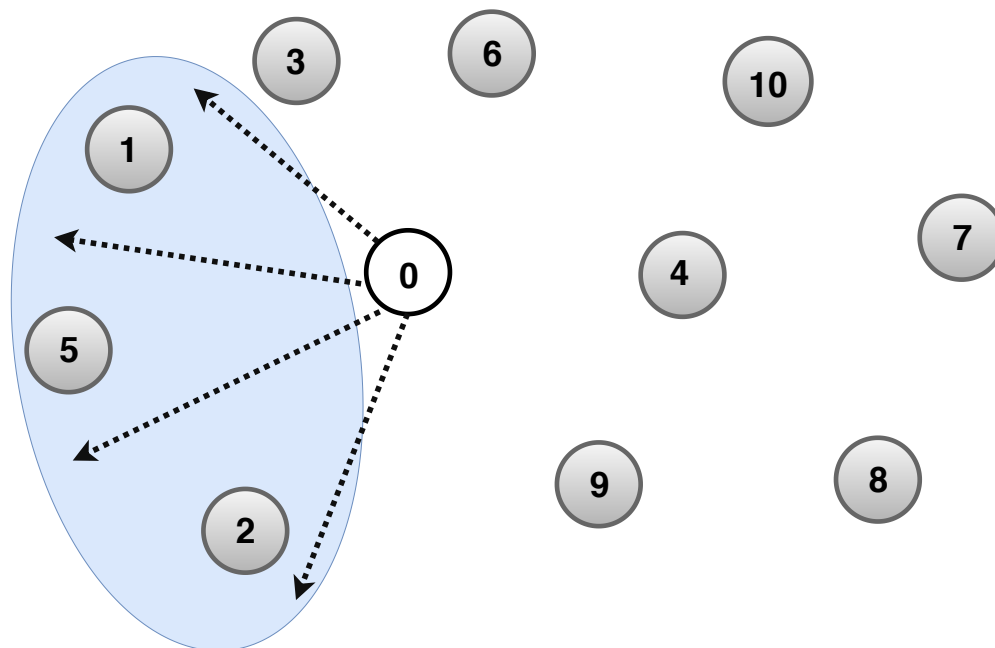
A seguir um exemplo do funcionamento da etapa construtiva da heurística de varredura é descrito nas figuras 14, 15 e 16. O algoritmo 2 expõe o procedimento para a mesma.

Figura 14 – Exemplo da etapa construtiva da heurística de varredura (fase 1).



Fonte: Elaborado pelo autor.

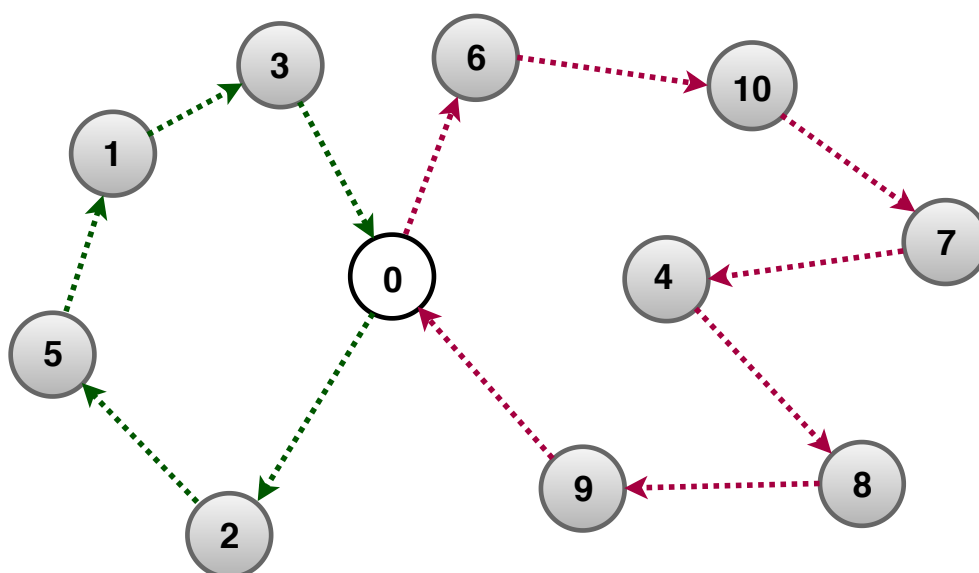
Figura 15 – Exemplo da etapa construtiva da heurística de varredura (fase 2).



Varredura (Formação de grupos)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 16 – Exemplo da etapa construtiva da heurística de varredura (fase 3).



Rotas finais (Exemplo)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Algoritmo 2: Heurística de Gillet e Miller

```

início
  Ler  $G = (N, A), c_{ij}$ . { * nó 0 é o depósito central *}
  Obter as coordenadas polares dos clientes em relação ao depósito e
  ordená-las em ordem de crescimento de seu valor e Fazer:
  início
     $F := N \setminus \{x_1\}$ 
     $ExtremidadeRota := \{x_1\}$ 
     $Rota_1 := \{x_1\}$ 
     $i := 1$ 
  fim
  Enquanto  $F \neq \emptyset$  Faça { *Agrupar*}
  início
    Enquanto  $\exists x_s \in F$  atendendo às condições de viabilidade para  $Rota_i$ 
    início
      Encontrar o vértice  $x_s \in F$  de coordenada polar mais próxima da
       $ExtremidadeRota$  e Fazer
      início
         $Rota_i := Rota_i \cup \{x_s\}$ 
         $ExtremidadeRota := \{x_s\}$ 
         $F := F \setminus \{x_s\}$ 
         $j := j + 1$ ;
        Se Controle(j) = Verdadeiro então aplicar Procedimento k-ótimo
        ( $Rota_i$ ) { *Rotear*}
      fim
    fim
     $i := i + 1$ ;
     $ExtremidadeRota := \{x_1\}$ 
     $Rota_i := \{x_1\}$ 
  fim
fim

```

- **Heurísticas de melhoramentos:**

São metodologias (geralmente técnicas de busca local) que visam ampliar a qualidade de uma solução já estabelecida, através da exploração de sua vizinhança. Para isso, utilizam-se trocas simples de vértices ou arcos dentro de uma mesma rota ou entre as rotas. Basicamente procuram realocar os pontos de demanda (clientes). Duas categorias de estratégias são utilizadas para estas heurísticas. Uma chamada first accept (FA) ou first best (FB), onde a investigação da vizinhança finda logo que uma solução melhor que a corrente é localizada. Existem

duas classes de estratégias desse tipo. A outra nomeada Best Accept (BA) ou Global Best (GB), a verificação termina apenas quando toda a vizinhança é percorrida. Estas heurísticas provavelmente terminam a procura por soluções em um mínimo ou máximo local.

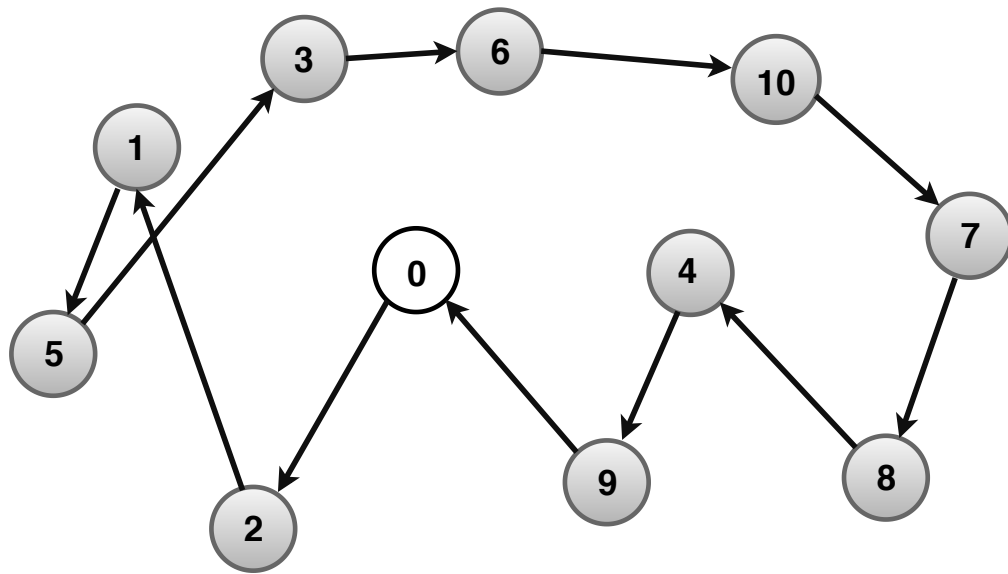
Algoritmo k-Opt:

Aplicada com naturalidade ao PRV a heurística k - opt foi proposta por (LIN, 1965) e foi concebida primeiramente para o problema do caixeiro viajante (PCV). Existem diversas implementações para a mesma na literatura. (LIN; KERNIGHAN, 1973) expõem uma maneira eficaz de implementar o método aplicado ao PCV. É um dos clássicos procedimentos de busca local para o PCV e fundamenta-se na troca de arcos em soluções criadas no início (por meio de heurísticas construtivas), onde a quantidade de arcos a serem modificados depende de k. Conforme o parâmetro k se estende, o procedimento se aproxima da enumeração total das soluções que compõem a vizinhança. (GOLDBARG; LUNA, 2005).

A descrição do procedimento pode ser feita como segue: remove-se k arcos e faz a reinserção dos mesmos de todas as formas possíveis. Aquela que tiver o melhor custo associado à função objetivo continuará. Não havendo custo melhor que o inicial antes da retirada, escolhe-se outros k arcos para serem movidos. O procedimento recomeça até que todas as possibilidades de remoções dos k arcos sejam atingidas.

Observa-se que a complexidade do método aumenta naturalmente de maneira exponencial com o valor de k. À medida que k cresce o procedimento aproxima-se da enumeração total (caso em que $k = n - 2$). A vizinhança cresce na forma de $n!/[(n - k)!k!]$. Para $k = 2$ o tamanho da vizinhança é igual a $n(n - 1)/2$. A literatura relata soluções eficientes somente para $k = 2$ e $k = 3$ (GOLDBARG; LUNA, 2005). É mostrado nas figuras 17 e 18 um exemplo de uma etapa do funcionamento do algoritmo k-Opt seguido pela descrição do mesmo no algoritmo 3.

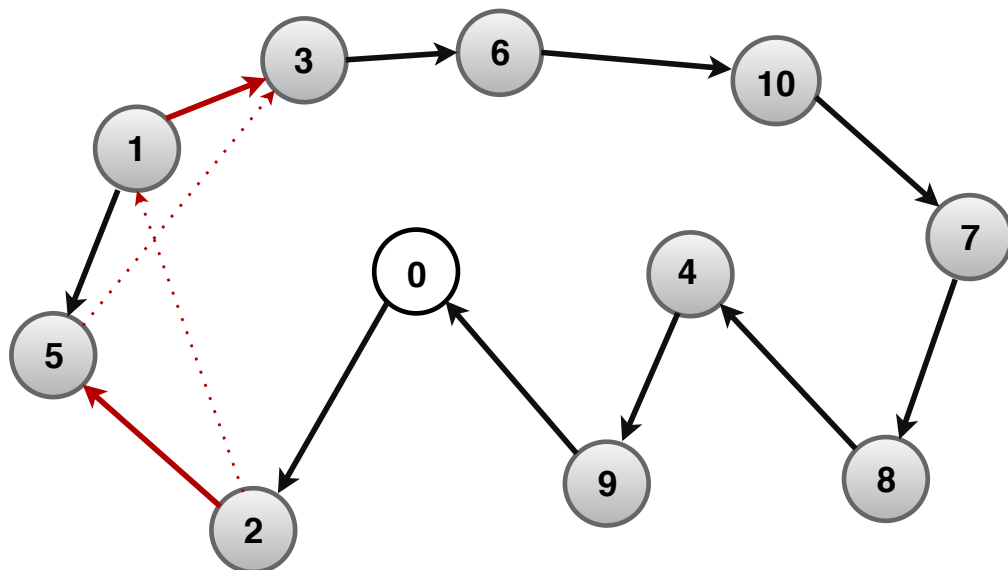
Figura 17 – Exemplo de funcionamento k-Opt para $k = 2$ (2-Opt), (solução 1).



Solução S_0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 18 – Exemplo 2 de funcionamento k-Opt para $k = 2$ (2-Opt), (solução 2).



Solução S

Fonte: Elaborado pelo autor.

Algoritmo 3: Algoritmo 2-Opt

```

início
  para ( $i$  de 1 até  $n$  faça )
     $j := i + 2$ 
    enquanto ( $((j + 1) \bmod n) \neq i$ ) faça
      se ( $c_{ii+1} + c_{jj+1} - c_{ij} - c_{i+1j+1} > 0$ ) então
        {trocar as arestas( $i, i + 1$ ) e ( $j, j + 1$ ) por ( $i, j$ ) e ( $i + 1, j + 1$ )}
         $inicio \leftarrow (i + 1) \bmod n$ 
         $fim \leftarrow j$ 
        se ( $inicio > fim$ ) então
          |  $tam = n - inicio + fim + 1$ 
        senão
          |  $tam = fim - inicio + 1$ 
          |  $p1 \leftarrow inicio$  e  $p2 \leftarrow fim$ 
          início
            para ( $k$  de 1 até  $tam / 2$  faça)
              troque os vértices  $p1$  e  $p2$  de posição
               $p1 \leftarrow p1 + 1$ 
               $p2 \leftarrow p2 - 1$ 
            fim
          fim
        senão
          |  $f(s) \leftarrow f(s) + c_{ii+1} + c_{jj+1} - c_{ij} - c_{i+1j+1}$ 
        fim
      fim
    fim
  fim

```

2.8.3 Meta-heurísticas

Meta-heurísticas são métodos generalizados aplicados geralmente a problemas de otimização. Do mesmo modo como as heurísticas, as referidas têm como intento explorar somente parte do espaço de soluções. Contudo, em regra, isto é feito de uma maneira mais abrangente, permitindo com isso encontrar soluções com melhor qualidade. Consiste na aplicação, em cada etapa, de uma heurística subordinada, a qual tem que ser modelada para cada problema específico. Estes algoritmos especificam processos de busca, que procuram compor melhoras locais, com estratégias aptas a evitar a permanência das soluções em ótimos locais, oferecendo certa flexibilidade às restrições da função objetivo (TOOTH; VIGO, 2002). (GLOVER, 1986) cunhou o termo 'meta-heurística' como uma classe de heurísticas que busca além do ótimo local (se encontrado). Comumente, as meta-heurísticas são denominadas de

"heurísticas que orientam outras heurísticas".

Nos últimos anos observa-se o desenvolvimento das meta-heurísticas fundamentadas em procedimentos inspirados na biologia, física e inteligência artificial. Diversamente das heurísticas convencionais, os artifícios meta-heurísticos podem fazer uso composto de escolhas aleatórias, uso de memória e conhecimento adquirido. Estas particularidades juntas guiam o procedimento de busca para regiões mais atrativas do espaço de soluções. A característica das soluções originadas por estas técnicas é muito maior do que a alcançada pelas simples heurísticas. Embora possuam padrão superior, tais procedimentos são computacionalmente mais onerosos, isto é, demandam um tempo maior de execução (SHEN et al., 2010). Isto porque, as mesmas têm por característica realizar uma exploração intensa das regiões mais atrativas dentro do espaço de soluções.

Podemos convencionar que meta-heurísticas são empregadas para encontrar soluções para problemas sobre os quais as informações são escassas. Ou seja, não se tem ideia de como seria uma solução ótima para os mesmos, a informação heurística disponível é insuficiente e a magnitude do espaço de soluções não permite a utilização de força bruta. No entanto, produzida uma solução candidata ao problema, esta pode ser verificada e sua otimalidade, examinada. De acordo com (GLOVER; KOCHENBERGER, 2003), as meta-heurísticas são processos iterativos que geram uma única solução ou uma população de soluções.

No decorrer dos anos, várias meta-heurísticas despontam, e entre elas é possível mencionar: Scatter Search introduzida por (GLOVER, 1977), Simulated Annealing (KIRKPATRICK; GELATT; VECCHI, 1983), Tabu Search (GLOVER; LAGUNA, 1998), GRASP (FEO; RESENDE, 1995), Ant Colony (DORIGO; GAMBARDILLA, 1997), VNS, Genetic Algorithm (GOLDBERG; HOLLAND, 1988), entre diversas. Enquanto TS e a busca adaptativa aleatória gananciosa (GRASP) são modelos de meta-heurística baseada em memória, GA, PSO e ACS figuram como exemplos de meta-heurísticas inspiradas na natureza.

3 TRABALHOS RELACIONADOS

Durante as últimas décadas, o VRP e suas extensões têm sido uma área de pesquisa intensiva. Abordagens de otimização heurística e exata foram desenvolvidas para o mesmo. Como o referido problema e as diversas variantes são ambos NP-difíceis e generalizam o problema do caixeiro viajante (TSP), foram propostos métodos de resolução dos mais diversos para solucioná-los. Devido aos recentes avanços tecnológicos, a pesquisa sobre roteamento de veículos progrediu. Métodos que vão desde programação linear até meta-heurísticas foram planejados para tratar o contexto dinâmico e a dúvida. Muito poucos estudos enfatizando uma revisão abrangente de aplicações e abordagens para as variantes do problema de roteamento de veículos existem. Este fato é o que evidencia a diferença desta pesquisa para o exposto abaixo.

Uma visão geral dos algoritmos exatos e aproximados para o Problema de Roteamento de Veículos (PRV) foi proporcionada por (LAPORTE, 1992), investigando alguns dos principais resultados conhecidos relativos ao problema e delineando premissas que os métodos de busca tabu fornecem direções de pesquisas promissoras.

A taxonomia apresentada por (EKSIUGLU; VURAL; REISMAN, 2009), tinha como finalidade classificar a literatura do Problema de Roteamento de Veículos (PRV) e apresentar um arcabouço taxonômico para definir e integrar o domínio em termos, que sejam operacionalmente significativos, permitindo a classificação de todos os artigos do PRV, o que, por sua vez, permitirá, entre outras coisas, a identificação sistemática de vazios na literatura e, assim conduzirá a possíveis tópicos para pesquisa. O trabalho evidenciou ser sólido o suficiente para abraçar um contexto diversificado de artigos na área de PRV, bem como todas as taxonomias publicadas antes neste domínio.

(PILLAC et al., 2013) propôs uma revisão dos problemas dinâmicos de roteamento de veículos (PRVD), com o intuito de classificar os problemas de roteamento na perspectiva da qualidade e evolução da informação, além de informar o nível de dinamismo e expor uma revisão compreensiva de aplicativos e métodos de solução para PRVDs.

Uma revisão taxonômica da literatura do PRV publicada entre 2009 e junho de 2015, intitulada O Problema do Roteamento de Veículos: classificação e revisão do estado da arte, teve como propositor (BRAEKERS; RAMAEKERS; NIEUWENHUYSE, 2016). O trabalho é uma adaptação que tem como base (EKSIUGLU; VURAL; REISMAN, 2009). Objetivando categorizar a literatura acadêmica sobre o problema, com embasamento nas propriedades particulares do problema do PRV analisado. A classi-

ficação comportou avaliar quais características e combinações de características são mais conhecidas, tendo como base 277 trabalhos.

([MONTROYA-TORRES et al., 2015](#)) utilizou seu trabalho para uma revisão da literatura sobre o Problema de Roteamento de Veículos com múltiplos depósitos, apresentando uma classificação mais atual possível sobre o problema. A revisão analisa trabalhos propagados no período de 1988 a 2014, onde estes referiam-se à exploração de diversas variações do modelo de PRVMD, dentre elas janelas de tempo, entrega dividida, frota heterogênea, entregas periódicas e coleta e entrega. Além disso as abordagens foram classificadas de acordo com os objetivos otimizados: únicos ou múltiplos.

Um levantamento dos recentes avanços no Problema de Roteamento de Veículos ([ADEWUMI; ADELEKE, 2018](#)), relata uma revisão de quatro versões triviais e empregáveis do Problema de Roteamento de Veículos. Problema de Roteamento de Veículos Capacitados, Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo, Problema de Roteamento de Veículos Periódico e o Problema de Roteamento de Veículos Dinâmico. A abordagem considerou mais de cem (100) artigos publicados em periódicos e foi realizada identificando técnicas de formulação, métodos de solução e áreas de aplicação. No caso do PRVD uma característica adicional significando a fonte de dinamismo foi adicionada.

A Tabela 6 mostra um resumo dos principais trabalhos publicados que promoveram revisões acerca do PRV os quais foram mencionados acima. Embora os trabalhos encontrados na literatura apresentem revisões para o problema, estes não contemplam o que está sendo proposto na pesquisa em curso: Revisar as variantes do PRV expondo as abordagens e técnicas de resolução para estas especificamente. No tocante à quantidade de trabalhos publicados, assim como as lacunas existentes entre as publicações, pode ser observado que isto se deve ao fato de não haver descobertas relevantes referentes ao assunto.

Tabela 6 – Principais artigos abordando revisões para o PRV

Trabalho	Objetivo	Revisão das Variantes do PRV
LAPORTE (1992)	O Problema de Roteamento de Veículos: uma visão geral dos algoritmos exatos e aproximados.	Não
Ekisioglu (2009)	O Problema de Roteamento de Veículos: uma revisão taxonômica.	Não
Pillac (2013)	Uma revisão dos Problemas de Roteamento de Veículos Dinâmicos.	Uma específica
Montoya-Torres (2015)	Uma revisão de literatura sobre o Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos.	Uma específica
Braekers (2016)	O Problema do Roteamento de Veículos: classificação e revisão do estado da arte.	Não
Adeleke (2018)	Um levantamento dos recentes avanços nos Problemas de Roteamento de Veículos.	Não
Este trabalho (2019)	Variantes do Problema de Roteamento de Veículos: uma pesquisa sobre suas abordagens.	Sim

Fonte: Elaborado pelo autor.

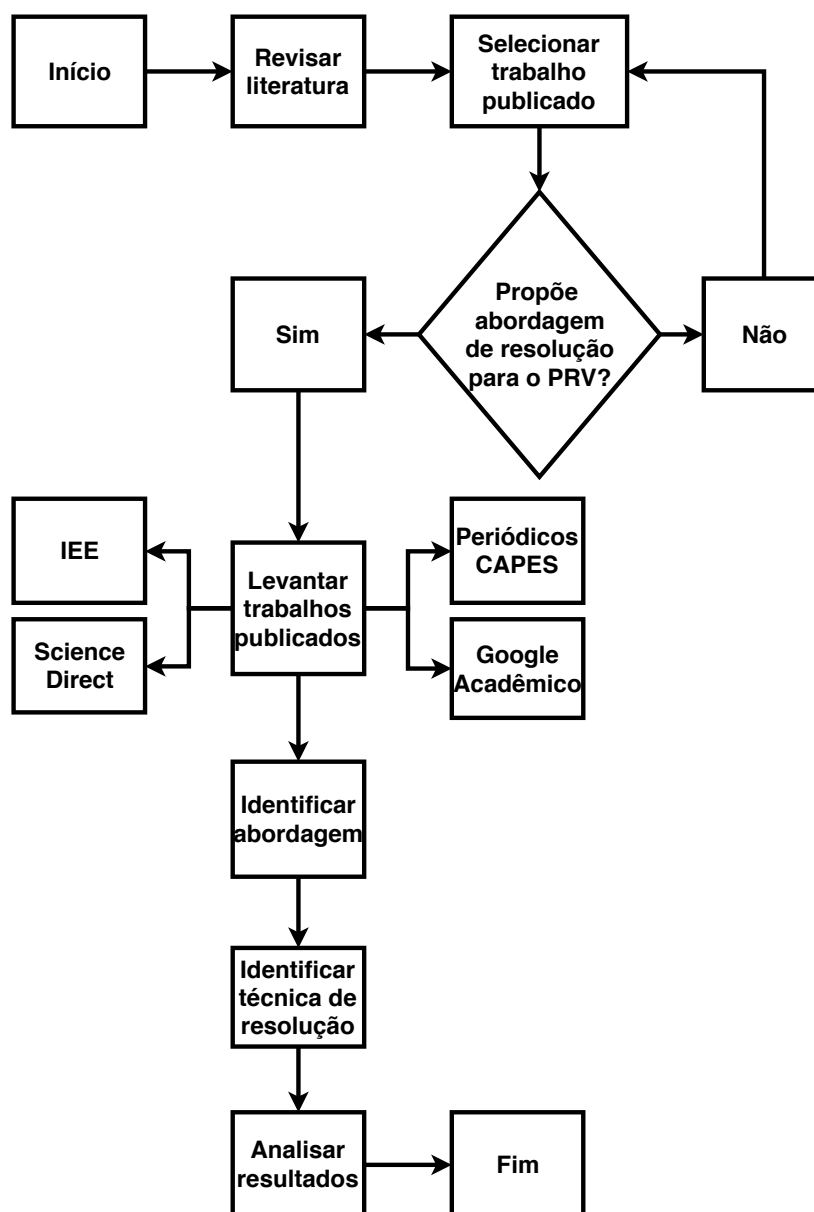
4 PROPOSTA

Como propósito deste trabalho objetivamos qualificar a bibliografia acadêmica no tocante às variantes do PRV. Porém, não almejamos prover um panorama universal sobre a literatura do referido problema. Esta classificação será fundamentada apenas nas abordagens de resolução empregadas no intuito de solucionar cada variante específica. Balizamos nossa apreciação a trabalhos publicados entre 2012 e Dezembro de 2018 e, citações precedentes só existirão para permitir clareza, desde que haja necessidade. Apresentamos neste uma revisão de trabalhos sobre as variantes do PRV e os enfoques principais de solução. Exhaustivamente investigamos as variantes do PRV através do Google Acadêmico. Após a análise de todos os resultados disponibilizaremos uma classificação que possibilite a futuros pesquisadores informações relevantes, permitindo aos mesmos escolherem dados apropriados aos seus interesses. Isto permitirá por exemplo, identificar qual algoritmo foi mais utilizado para a resolução de uma citada variante.

4.1 Metodologia

Foi realizada uma pesquisa básica a respeito do tema proposto, com o objetivo de revisar a literatura no que concerne aos trabalhos disponíveis para as variantes do PRV a partir de 2012, com foco em suas abordagens resolutiva. Foram investigados trabalhos publicados nas seguintes bases de dados: IEE explore, Periódicos CAPES, Science Direct e Google Acadêmico. Os trabalhos publicados nestas bases de dados citadas foram tabulados, a fim de identificar a variante do PRV para a qual foi proposta abordagem de resolução e qual técnica foi utilizada. Todos os resultados da consulta 'PRV' foram analisados. A Figura 19 exibe o fluxograma com a descrição da metodologia.

Figura 19 – Fluxograma da Metodologia.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A maneira que utilizamos para limitar a literatura revisada está descrita a seguir. Apenas artigos relevantes publicados em periódicos são considerados, excluindo-se livros, atas de conferências e dissertações. Visando manter a quantidade de trabalhos de forma que permitisse um maior controle e para extrair a literatura mais relevante, foi aplicada a seguinte estratégia de pesquisa. De início foram selecionados apenas trabalhos contendo “roteamento de veículos” na composição dos títulos dos referidos trabalhos. A pesquisa ficou restrita a artigos publicados em periódicos nos domínios da pesquisa operacional, ciências do transporte, matemática computacional

dentre outras. Em um segundo momento, este conjunto de trabalhos foi expandido com artigos publicados que obtiveram citações. Então os trabalhos eram escolhidos se continham “roteamento de veículos” no título ou como palavra-chave, e foram citados desde o ano de publicação. Na sequência foi procedida a leitura do resumo de cada artigo resultante para estabelecer sua relevância para o assunto em questão.

O trabalho não inclui problemas combinados, como problemas de roteamento de estoque (ver (BERTAZZI; SAVELSBERGH; SPERANZA, 2008), (COELHO; CORDEAU; LAPORTE, 2013)), problemas de localização e roteamento (ver (PRODHON; PRINS, 2014)), problemas combinando decisões de roteamento com decisões de cronograma relacionadas a outras atividades, como programação de máquina ou de produção (ver (CHEN; HSUEH; CHANG, 2009), (ULLRICH, 2013)). Esta decisão se deve ao fato de o PRV já ser um vasto campo de pesquisa. Então dava-se prosseguimento à leitura do artigo para identificar a abordagem de resolução e a técnica utilizada para este fim. Essa estratégia de busca resultou em um conjunto final com mais de 300 artigos utilizados para comporem o trabalho em curso. Apesar de não serem exaustivos, abrange a maior parte dos trabalhos atuais acerca do PRV e, em nossa opinião, podem ser qualificados como representativos para o contexto.

5 RESULTADOS

Conforme aludido antes, a inicial exposição em relação ao problema de roteamento de veículos surgiu em 1959. A partir da referida data, vários trabalhos foram divulgados ao longo do tempo na literatura científica abordando o mesmo e suas variantes. Por desempenhar papel importante na realidade prática, o PRV dominou a dedicação de diversos pesquisadores no recente passado. A máxima fração do trabalho esteve prestada a intentos habituais, por exemplo, minimizar a distância percorrida, dimensão da frota ou período de tempo. Um certo número dos referidos igualmente consistiram em analisar diversos objetivos, tais como balanceamento de carga, equilíbrio de distância ou tempo, dentre outros. No que se refere a estimar penalidades, maximizar o lucro, satisfazer o cliente, etc., estes em geral têm uma tendência a lidar com vários desígnios a serem otimizados ao mesmo tempo.

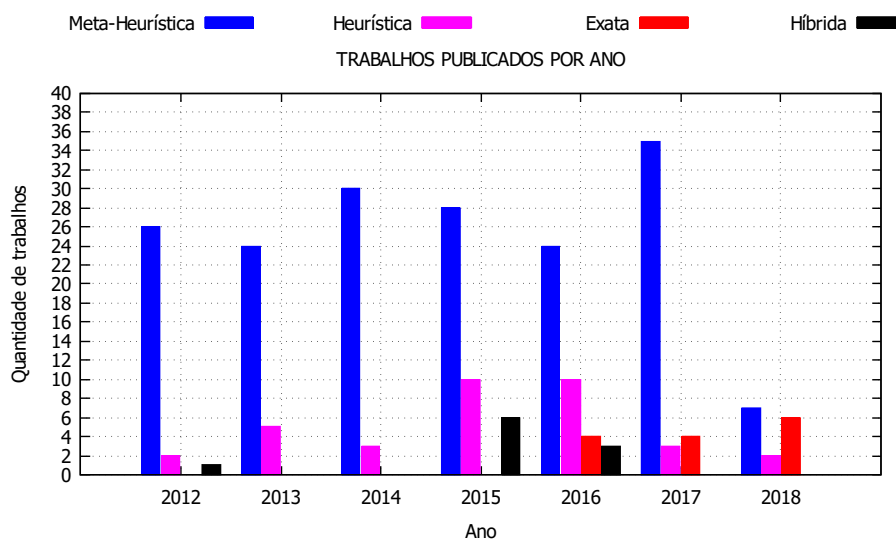
Outrossim é conveniente ressaltar que os procedimentos híbridos representam 4% das abordagens. Já os exatos por exemplo (Programação Matemática, Branch and Bound), são aplicados somente em 6% do estudo revisado. Sobretudo porque, esses artifícios são empregados para problemas objetivos e pequenos. Diversas heurísticas tradicionais, por exemplo busca local, são aplicadas em 15% dos trabalhos investigados. A maior parte dos artigos atuais (75%) é destinada ao emprego de meta-heurísticas. Destacam-se entre estes Algoritmos Genéticos (do inglês *Genetic Algorithm* - GA), Otimização por Colonia de Formigas (do inglês *Ant Colony Optimization* - ACO), Recozimento Simulado (do inglês *Simulated Annealing* - SA) e Busca Tabu (do inglês *Tabu Search* - TS) como os enfoques mais frequentes. Um certo número de trabalhos ainda, consideraram o resultado de abordagens relativamente novas, por exemplo, Colônia de Abelhas Artificiais (do inglês *Artificial Bee Colony* - ABC), Otimização de Enxames de Partículas (do inglês *Particle Swarm Optimization* - PSO), dentre outras.

A seguir, detalhamos os procedimentos de resolução para as variantes do PRV, fundamentados na apreciação dos trabalhos escolhidos que utilizaram os mesmos, conforme delineamento proposto pelo presente trabalho. As abordagens e técnicas empregadas para solucionar as referidas estão descritas na Tabela 7. A Tabela 8 contém a descrição das variantes do PRV. A Tabela 9 informa a relação dos algoritmos utilizados.

A pesquisa aconteceu no período compreendido entre os meses de maio e outubro de 2018. Os resultados estão expostos a seguir. Inicialmente, foi efetuada uma análise quanto ao número de trabalhos publicados por ano. Esta tinha como objetivo verificar se há uma tendência de aumento ou diminuição na quantidade de

publicações. A Figura 20 mostra o gráfico de barras para a quantidade de trabalhos publicados por ano. Apesar da oscilação entre os valores, se constata uma evolução positiva no tocante ao aumento do número de trabalhos publicados.

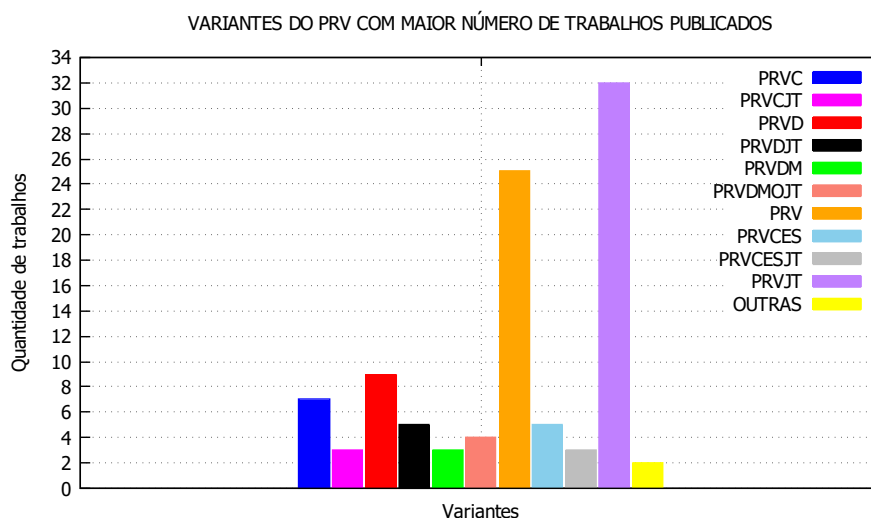
Figura 20 – Abordagens publicadas no período pesquisado.



Fonte: Elaborado pelo autor.

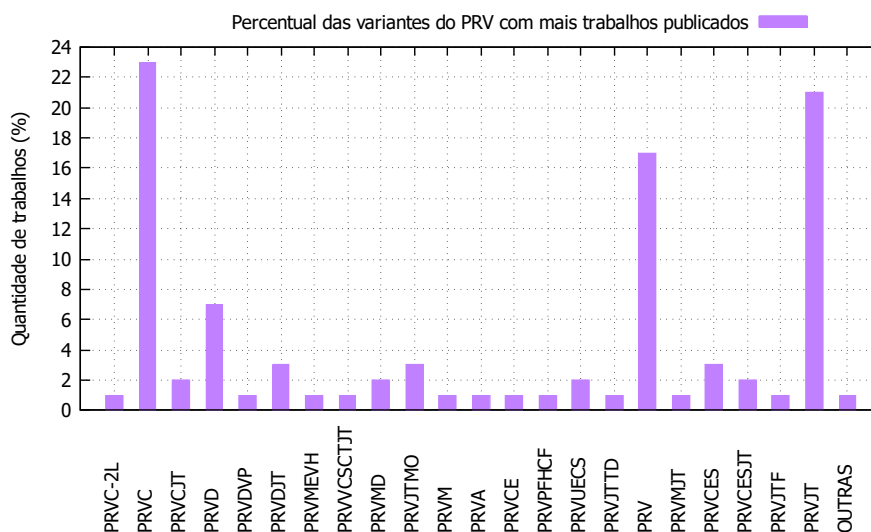
Foi procedida, também, uma apreciação quanto às variantes do PRV que mais tiveram empenho dos pesquisadores. Intenta-se distinguir, portanto, quais das referidas variantes têm sido mais efetivamente estudadas. Entre os trabalhos catalogados, os resultados numéricos estão contidos no gráfico da Figura 21 enquanto a Figura 22 expõe o referido percentual. Pode ser observado que as variantes PRVJT com 26% e PRV com 20% obtiveram maior destaque.

Figura 21 – Variantes do PRV com mais trabalhos dedicados.



Fonte: Elaborado pelo autor.

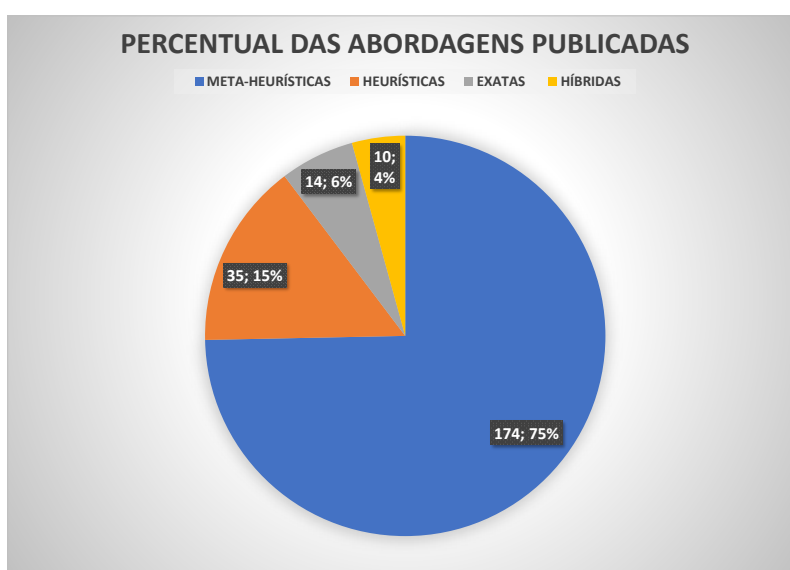
Figura 22 – Percentual das Variantes do PRV com mais trabalhos dedicados.



Fonte: Elaborado pelo autor.

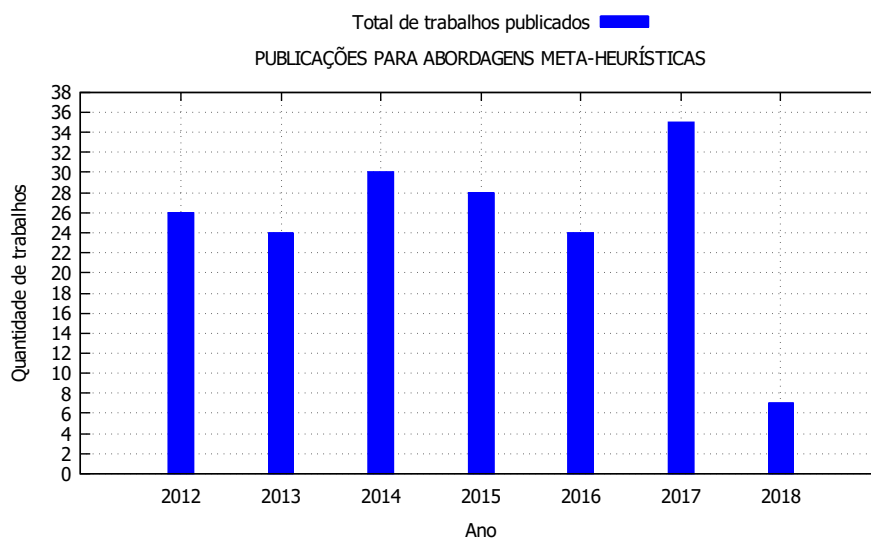
Igualmente, foi realizada a verificação da concepção geral das abordagens utilizadas, entre os trabalhos publicados. De acordo com o gráfico da Figura 23, pode ser observado o percentual das proposições empregadas como abordagens resolutivas, enquanto as Figuras 24, 25, 26 e 27 o fazem de forma numérica. Pode-se notar com clareza a supremacia das abordagens meta-heurísticas sobre as demais com 75% das proposições.

Figura 23 – Percentual das abordagens resolutivas no período pesquisado.



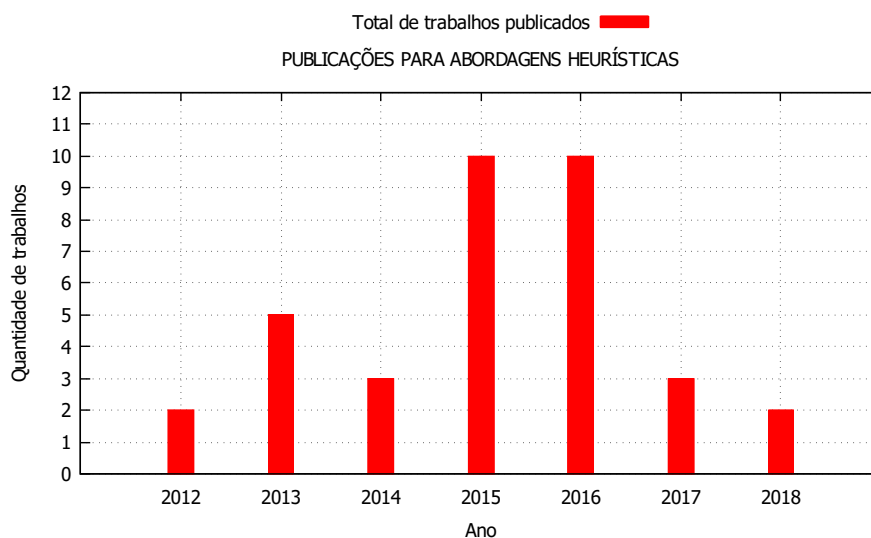
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 24 – Abordagens Meta-Heurísticas no período pesquisado.

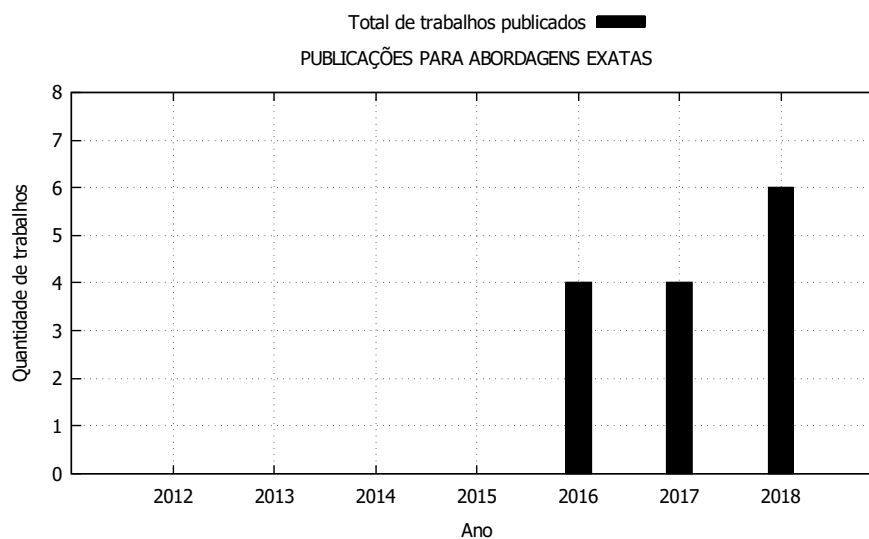


Fonte: Elaborado pelo autor.

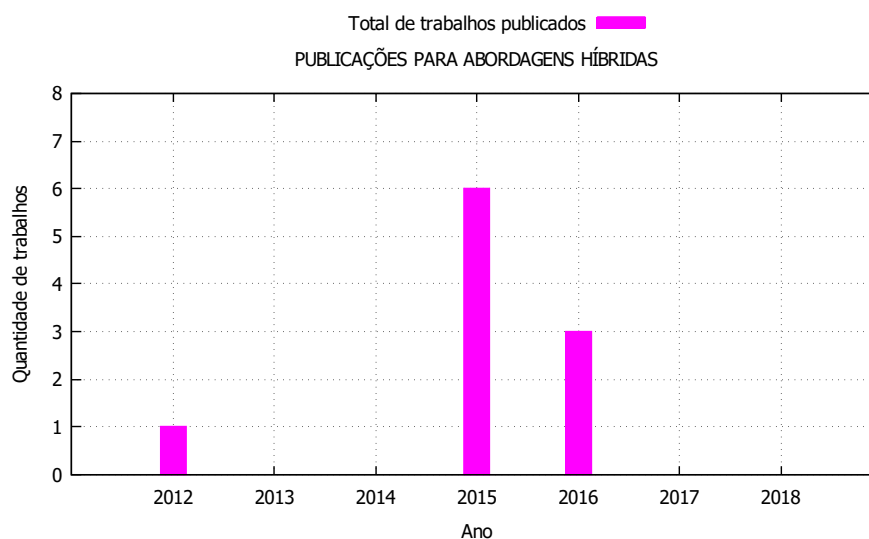
Figura 25 – Abordagens Heurísticas no período pesquisado.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 26 – Abordagens Exatas no período pesquisado.

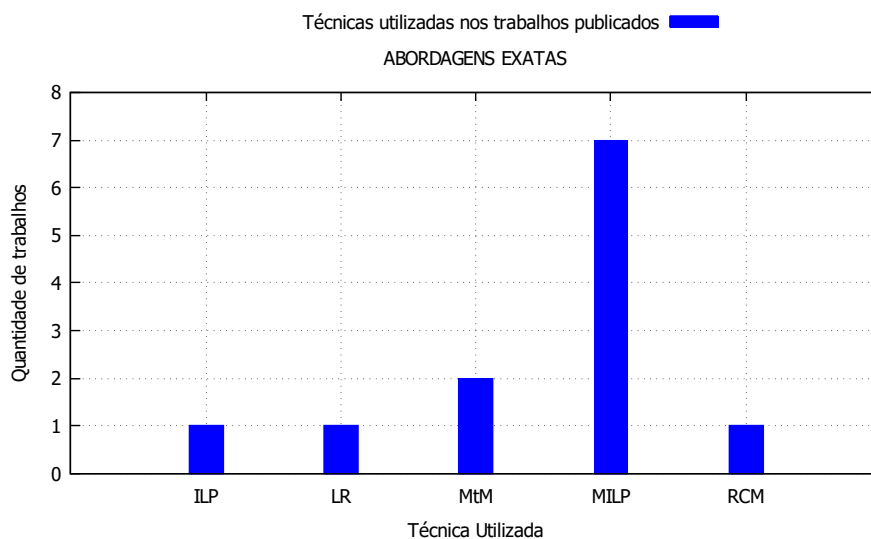
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 27 – Abordagens Híbridas no período pesquisado.

Fonte: Elaborado pelo autor.

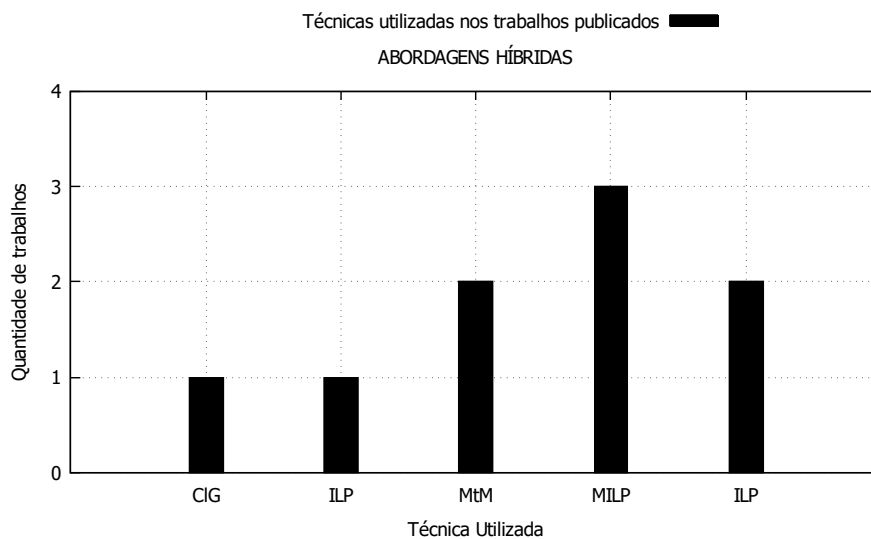
Outra observação plausível é a demonstração de quais técnicas de resolução têm sido mais consideradas em termos de indicadores de publicações. A Figura 28 traz o gráfico com informações referentes às técnicas empregadas nas proposições exatas, onde a programação linear inteira mista se sobressai sobre as demais. As técnicas concernentes às abordagens híbridas podem ser visualizadas na Figura 29. Na figura 30 podem ser observados os dados das técnicas para as abordagens heurísticas, e o domínio das técnicas CW, HBA, ILS e SH. Por fim a Figura 31 exhibe os dados das técnicas nas proposições meta-heurísticas, com enfoques maiores em ACO, GA, MA, PSO, TS e VNS.

Figura 28 – Técnicas para abordagens Exatas utilizadas no período pesquisado.



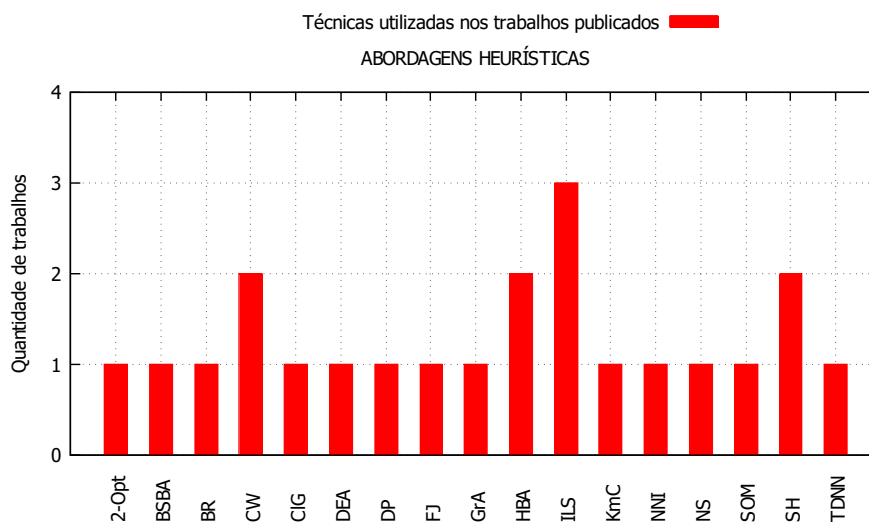
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 29 – Técnicas para abordagens Híbridas utilizadas no período pesquisado.



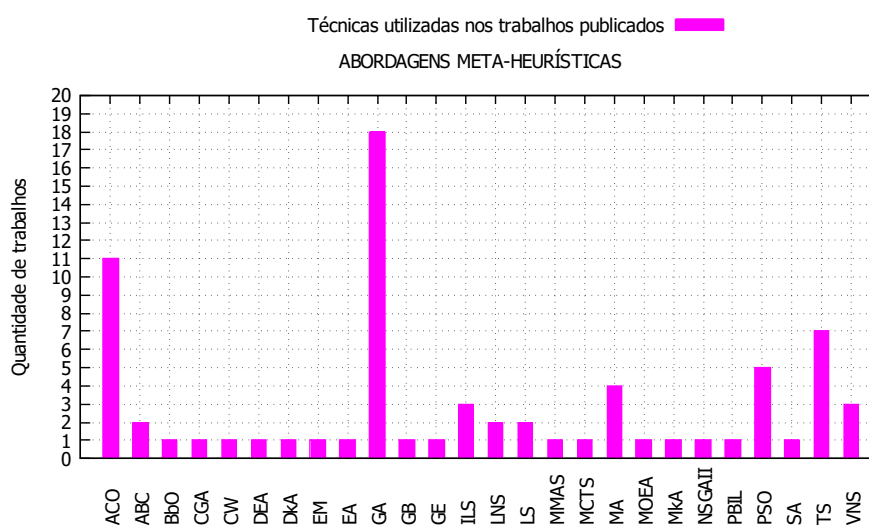
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 30 – Técnicas para abordagens Heurísticas utilizadas no período pesquisado.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 31 – Técnicas para abordagens Meta-heurísticas utilizadas no período pesquisado.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 7 – Abordagens de resolução para as variantes do PRV.

Variante	Autor	Ano	Abordagem	Técnica
PRV-2E	HE Jiang	2012	Heurística	GRA, ACO, NS
PRVC-2L (Continua)	WU Bin	2013	Meta-heurística	ABC, 2-Opt, 3-Opt

(Continuação)

Variante	Autor	Ano	Abordagem	Técnica
	Moudher Kh.	2014	Meta-heurística	LNS, k-Opt
PRVCJT-2L	Ines Sbai	2017	Meta-heurística	GA, CRO, MUO
PRVHJTCED-2L	Anouar Annouch	2016	Exata	MILP, ILOG CPLEX
PRVS-2L	Daniel Guimarans	2016	Heurística	BR, MS
PRV-ULML-3D	Stanley Frederick	2016	Heurística	NS, 2-Opt, Or-Opt
PRVC-3L	Luis Miguel Escobar	2015	Meta-heurística	CW, GRASP, GTS
PRVCF-3L	Lijun Wei	2014	Meta-heurística	ILS, 2-Opt
PRVFH-3L	Lijun Wei	2014	Meta-heurística	VNS, CW, 2-Opt
PRVA-PC	Naiqun Dong	2012	Meta-heurística	ILS, 2-Opt
PRVA-RW	San Pham	2012	Heurística	SH, CW
PRVCC-TDD	Jorge F. Victoria	2015	Híbrida	MILP, MS, ILS, 2-Opt
PRV-Clu	Petrica Pop	2014	Meta-heurística	GA, CRO, T
PRVJT-CO	Julio Brito	2013	Meta-heurística	VNS, VND, 2-Opt, GRASP
	Mohammed	2012	Meta-heurística	GA
	Wink	2012	Meta-heurística	GA, NNS, 2-Opt
	Yan	2012	Meta-heurística	HO, 2-Opt
	Zarei	2012	Meta-heurística	EM
	Gomez	2013	Meta-heurística	ILS, VND
	Shan	2013	Meta-heurística	PSO, CLS
	Toklu	2013	Meta-heurística	ACO, 3-Opt
	Wanfeng Liu	2013	Meta-heurística	CGO, ILS, 4-Opt
	Yamina	2013	Meta-heurística	ACO, TS
	Ammi	2014	Meta-heurística	GA, SH, 2-Opt, IM
	Chen	2014	Meta-heurística	PSO, LD, NLCD, NUCD, ANSD
	Gomez	2014	Meta-heurística	ABC, 2-Opt*
	Pinninghoff	2014	Meta-heurística	GA
	Stodola	2014	Meta-heurística	ACO
	Wedyan	2014	Meta-heurística	IWD, 2-Opt, SH
	Akhand	2015	Meta-heurística	SH, PSM
	Akhand	2015	Meta-heurística	SH, PSM, GA, ACO, PSO, VTPSO
PRVC	Chen	2015	Heurística	GRA, SH

(Continua)

(Continuação)

Variante	Autor	Ano	Abordagem	Técnica
	Chen	2015	Meta-heurística	PSO
	Kurniawan	2015	Meta-heurística	GA
	Sourabh	2015	Heurística	NNI
	Steinhaus	2015	Heurística	ANN
	Zhang	2015	Meta-heurística	ABC, NS
	Ruttanateerawichen	2016	Meta-heurística	GB
	Yeh	2016	Heurística	ILS, RVND
	Zheng	2016	Meta-heurística	GA, 2-Opt
	Carwalo	2017	Meta-heurística	ACO, PC, K-MEANS
	Jia-wen	2017	Meta-heurística	FOA, SA, 2-Opt
	Mingprasert	2017	Meta-heurística	ABC, 2-Opt, 2-Opt*
	Sultana	2017	Heurística	SFJ
	Sun	2017	Meta-heurística	ACO, AS, 2-Opt
	Xiao	2017	Meta-heurística	CS, 2-Opt
	Zhang	2017	Meta-heurística	DBSCAN, MMAS
	Dekun Li	2018	Heurística	MIP,GUROBI
	Song	2018	Heurística	DE, RS, 2-Opt
PRVCAC	Alaa Touihri	2016	Híbrida	MILP, GA, OPC, TpC
PRVCCE	Kui-Ting Chen	2015	Meta-heurística	PSO
PRVCDD	R. J. Kuo	2017	Meta-heurística	GA, ACO, 2-Opt, PRA
PRVCDE	Udom Janjarassuk	2016	Meta-heurística	ACO, 2-Opt
PRVE	Jacek Mandziuk	2016	Meta-heurística	MCTS, ACO
PRVCJT	Boltužić	2012	Meta-heurística	ACO, CW, 3-Opt, 2-Opt
	Hakim Akeb	2013	Heurística	BS, K-MEANS, 2-Opt
	Gonzalez	2017	Meta-heurística	MA, AS
PRVDMO	Yi-nan Guo	2017	Meta-heurística	PSO, NS, 2-Opt
PRVD	Mavrovouniotis	2012	Meta-heurística	ACO
	XiongWen	2013	Meta-heurística	RHEA, TS, 2-Opt
	Elhassania	2014	Meta-heurística	GA
	Okulewicz	2014	Meta-heurística	PSO, 2-Opt
	Demirtas	2015	Meta-heurística	PSO, 2-Opt
	kim	2016	Heurística	RLL, DP
	Benaini	2016	Outra	GPU

(Continua)

(Continuação)

Variante	Autor	Ano	Abordagem	Técnica
	Sreelekshmi	2017	Meta-heurística	K-MEANS, VNS
	Zhou	2017	Meta-heurística	ESP,CRO, Or-Opt, 2-Opt
	Benaini	2018	Meta-heurística	GA, GPU
PRVDVP	Ulisses Eduardo Ferreira	2015	Meta-heurística	ILS, SA,VND
	Jonatas B. C. Chagas	2016	Meta-heurística	SA, LS
PRVDJTF	Bouziyane Bouchra	2016	Meta-heurística	GA, VNS, 2-Opt
PRVCDFT	Elhassania Messaoud	2017	Meta-heurística	ACO, LNS
	Huang	2013	Heurística	ILS, 2-Opt*, 2-Opt
	Liu	2016	Meta-heurística	TS, DP
PRVDJT	Touihri	2016	Meta-heurística	GA, CRO, T
	Jacobsen-Grocott	2017	Meta-heurística	GP
	Necula	2017	Meta-heurística	ACO, ILS
PRVJTMP	Zhiwei Yang	2015	Meta-heurística	ACO, NNS
PRVEMC	Keisuke Murakami	2015	Heurística	CGA, LA
PRVMEVH	Shijin Wang	2016	Exata	MIP, CEPLEX
	Shijin Wang	2017	Meta-heurística	GA, CRO, T
PRVEJT	Guo Zhenfeng	2017	Meta-heurística	GA, CRO, T
PRVMRCMD	Kaarthik Sundary	2016	Exata	MILP
PRVCSCTJT	Karim EL Bouyahyiouy	2016	Meta-heurística	EM, RM, CRO, T
	Karim EL Bouyahyiouy	2017	Meta-heurística	ACO
PRVCV	ElBouzekri Elidrissi Adiba	2014	Meta-heurística	GA, CRO, T
PRVG	Mohammadhossein	2015	Meta-heurística	TS, PU
PRVFFH	Yan Wu	2017	Meta-heurística	LNS, DBSCAN
PRVFH	Pavee Siriruk	2017	Exata	MILP, GAMS
PRVCL	Zuzana Borcinová	2017	Exata	MPM
PRVCC	Chao Wang	2013	Heurística	2-Opt, TS
PRVJTDC	Ran Liu	2015	Meta-heurística	TS, LNS
PRVFHBCM	WU Wei-qin	2013	Meta-heurística	ACO, MAL
PRVCMD	Du Jiaoman	2017	Meta-heurística	BBO, PO

(Continua)

(Continuação)

Variante	Autor	Ano	Abordagem	Técnica
PRVMODI	Abdus Salam Azad	2107	Meta-heurística	MA, SA, 2-Opt
PRVMD	Abdelhamid Benaini	2015	Outras	GPU, CUDA
	Yongle He	2014	Meta-heurística	TS, VCG
	Koushik S Venkata	2012	Meta-heurística	ACO, CA
PRVDTVCD	Seyed Farid Ghannadpour	2013	Meta-heurística	GA, CRO, T
PRVMDESRRE	Khaoula BOUANANEY	2018	Meta-heurística	GA,2-Opt, 3-Opt, 1O-Opt, K-NN
PRVJTMD	WANG Tie-jun	2012	Meta-heurística	PSO, PE
PRVJTCETD	R. J. Kuo	2017	Meta-heurística	GE, FT
PRVPJTMO	Jiahai Wang	2018	Meta-heurística	MA, NSGAI, PF, LS
PRVMOJTCS	Jiahai Wang	2016	Meta-heurística	MA, CRO, LS
PRVJTMO	Zkeik Hajar	2018	Exata	MTM, CPLEX
	Djamalladine Mahamat	2014	Meta-heurística	GA, CRO
	B. Sangamithra	2017	Meta-heurística	MA, CRO
	Ying Zhou	2015	Meta-heurística	LS, NHO
PRVM	Shudai Ishikawa	2014	Meta-heurística	GA, CRO, T
	S. Ishikawa	2015	Meta-heurística	GA, CRO, T
PRVMECS	Bruno Petrato Bruck	2012	Híbrida	MILP, CFH
PRMVJT	Yufeng Bai	2015	Meta-heurística	GA, CRO, T, GIS
PRVCA	Yusuf Hartono	2018	Exata	RCM, LINGO
PRVA	R. Vasundhara devi	2017	Meta-heurística	MKA, SPSA
	Raras Tyasnurita	2017	Heurística	TDNN, TOA, CRV
PRVAED	Tarit Rattanamanee	2018	Exata	ILP, CPLEX
PRVAJTF	GeJinhui	2012	Meta-heurística	TS, 2-Opt
PRVAJT	A. A. N. Perwira Redi	2013	Meta-heurística	VNS, VND, 2-Opt
PRVCP	Anurag Tiwari	2015	Meta-heurística	GA, ERO
PRVCE	Jianing Min	2016	Híbrida	MTM, CW
	Akin Ilker Savran	2014	Heurística	HBA, MO, JO
PRVPFHCF	Robert Cristian Abreu	2015	Híbrida	ILP, ILS, 2-Opt, Or-Opt
	Robert Cristian Abreu	2015	Híbrida	ILP, ILS, RVND, 2-Opt, Or-Opt

(Continua)

(Continuação)

Variante	Autor	Ano	Abordagem	Técnica
PRVRTVI	Hiba Bederina	2016	Meta-heurística	EA, NSGA-II, 2-Opt
PRVR	Chen Yuqiang	2013	Meta-heurística	CGA, CRO, T
PRVRJT	Chen Kim Heng	2016	Meta-heurística	DKA, EA
PRVUECS	Bruck	2012	Metaheurística	ILS, VNS, 2-Opt, SH, k-Opt
	Bruck	2012	Metaheurística	VNS, 2-Opt, SH, K-Opt
	Coelho	2012	Paralela	GPU
PRVECES	Lingjuan Hou	2012	Meta-heurística	DE, CRO, T
PRVJTTD	Rohit Kondekar	2012	Meta-heurística	GA, CW, NNS, IBA, 2-Opt
	Enjian Yao	2015	Híbrida	IPM, ACO
PRVJTFTDI	Sheng Mao	2016	Híbrida	MTM, ABC
PRVCEA	Fu-Shiung Hsieh	2015	Meta-heurística	PSO, T
PRV	Zhengyang Zeng	2012	Meta-heurística	MA, Or-Opt , 2-Opt, 2-Opt*
	Ruey-Maw Chen	2012	Meta-heurística	ACO, GRASP, NS
	Ning Tao	2012	Meta-heurística	ACO, GA
	Binda Wang	2012	Meta-heurística	PSO, HC
	Miao Wang	2012	Meta-heurística	ACO
	Huan Xu	2012	Meta-heurística	DE, CRO, T
	GeJinhui	2013	Meta-heurística	TS, SS
	Pavel Kromer	2013	Meta-heurística	DE
	Zhuangkuo Li	2013	Meta-heurística	PSO
	Alireza Akbari Bayat	2014	Meta-heurística	PU, BH
	Zahra Booyavi	2014	Meta-heurística	IWD, 2O-pt
	Hui Liu	2014	Meta-heurística	GA, CRO, T
	Somayeh Molaei	2014	Meta-heurística	DNA, GEP, G-C
	Jianyong Zhan	2014	Meta-heurística	GA, CRO, T
	Amina Shour	2015	Heurística	CW
	Tejal Carwalo	2015	Meta-heurística	ACO, PC
	Sourabh Joshi	2015	Meta-heurística	ACO, NNI
	Tinglei Pan	2015	Meta-heurística	ACO, 2-Opt
	Takwa Tlili	2015	Meta-heurística	EA, 2-Opt, HC
	PRV	V.Praveen	2016	Heurística
Wang Xing		2016	Heurística	CW
Xinyu Wang		2016	Meta-heurística	ACO, SH

(Continua)

(Continuação)

Variante	Autor	Ano	Abordagem	Técnica
	J. C. Ferreira	2017	Meta-heurística	AS, TS
	Liyang Xiao	2017	Meta-heurística	CS, 2-Opt
	Ying Zhou	2017	Meta-heurística	ABC, GRA
PRVRC	Can Liu	2018	Meta-heurística	ACO, TS
PRVSD	Ruikang Yi	2017	Meta-heurística	GA, LS
PRVTRD	Renan Santos Mendes	2016	Meta-heurística	NSGAI, SPEA2
PRVDD	Haihua Li	2012	Meta-heurística	TS, RLM, 2-Opt
PRVFMVEC	Nisrine MOUHRIM	2018	Exata	MILP
PRVMJT	Belhaiza	2016	Meta-heurística	VNS, TS
	Belhaiza	2017	Meta-heurística	GA, VNS
PRVERBC	Tengfei Xu	2013	Meta-heurística	ACO, PHU
PRVJTCE	Akin Ilker Savran	2015	Heurística	HBA, MO, JO
PRVDE	Jing Jiang	2014	Meta-heurística	MOEA, CRO, T, LS
	Kanjana	2018	Meta-heurística	GB, 2-Opt
	Jinhui Ge	2015	Meta-heurística	TS, 2-Opt
PRVCES	Cheng Wang	2015	Meta-heurística	TS, SS
	WANG Rui	2016	Meta-heurística	ACO, LS
	Guohua Wang	2016	Exata	MILP, LINGO
	Gang	2016	Meta-heurística	GA, 2-Opt
PRVCESJT	Huang	2016	Meta-heurística	GA, LNS
	Lagos	2018	Meta-heurística	PSO, 2-Opt
PRVCESJTR	Xingcheng Pu	2018	Meta-heurística	ACO, SCE, 2-Opt
	Sumaiya Iqbal	2012	Meta-heurística	ABC
PRVJTF	Xianghu Meng	2014	Meta-heurística	PBIL, EDA
	Wei-Huai	2012	Meta-heurística	EA, CRO, T
	Gong	2012	Meta-heurística	PSO, NNH
	Yassen	2012	Meta-heurística	GA, CRO, T
	Blocho	2013	Meta-heurística	MA
	Brito	2013	Meta-heurística	VNS, 2-Opt, GRASP
	Deng	2013	Meta-heurística	GA, CRO, T
PRVJT	Ruela	2013	Meta-heurística	GA, CRO, T

(Continua)

(Continuação)

Variante	Autor	Ano	Abordagem	Técnica
	Yang	2103	Meta-heurística	ACO, CPS
	Zelenka	2013	Meta-heurística	ACO
	Zhao	2014	Meta-heurística	IWD
	Despaux	2014	Meta-heurística	AS, ILS
	Hifi	2014	Meta-heurística	ACO, LNS, 2-Opt
	Niroomand	2014	Meta-heurística	ACO, ILS
	Zheng	2014	Meta-heurística	ACO, GA
	Sripriya	2015	Meta-heurística	GA, CRO, T
	Stehling	2015	Meta-heurística	PSO, GRASP, PFIH
	Kaabi	2015	Meta-heurística	GA, ILS, SH, 2-Opt
	Shi	2015	Meta-heurística	ACO, ILS
	Stehling	2015	Meta-heurística	PSO, GRASP, PFIH
	Bouallouche	2016	Meta-heurística	ACO
	Kirci	2016	Meta-heurística	TS, GRA
	Liao	2016	Meta-heurística	ACO, PFIH
PRVJT	Coral	2017	Meta-heurística	EA, HAC
	Gocken	2017	Meta-heurística	GA, HSGAII, SH
	Guezouli	2017	Meta-heurística	GA, CRO, T
	Kaabachi	2017	Meta-heurística	ACO, 2-Opt
	Pratiwi	2017	Meta-heurística	CSO, CS
	Stehling	2017	Meta-heurística	GA, CRO, T
	Taha	2107	Meta-heurística	BA, LNS
	Aquino	2014	Heurística	ILS, RVND
	Aggarwal	2017	Exata	LR, SGM
	Sabar	2015	Híbrida	CGA, MAB, MCM
PRVDI	Jun-Qi Chen	2013	Meta-heurística	PSO
PRVJTII	Jie Liu	2012	Meta-heurística	ACO, T, 2-Opt
PRVP	Jiafu Tang	2014	Meta-heurística	MMAS, BS

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 8 – Descrição das variantes do PRV.

Variante	Descrição
PRV-2E	Problema de Roteamento de Veículos de dois Escalões
PRVC-2L	Problema de Roteamento de Veículo Capacitado com Carregamento Bidimensional
PRVCJT-2L	PRV Capacitado com Carregamento Bidimensional e Janelas de Tempo
PRVHJTCD-2L	PRV com Entrega e Coleta em dois Compartimentos com Vários Carregamentos
PRVS-2L	Problema de Roteamento de Veículo Bidimensional Estocástico
PRVD-ULML-3	PRV Tridimensional para a Logística Urbana de Última Milha
PRVC-3L	PRV Capacitados com Restrição de Carregamento Tridimensional
PRVCF-3L	PRVC para Minimizar o Consumo de Combustível e Carregamento Tridimensional
PRVFH-3L	PRV com Frota Heterogênea com Restrições de Carregamento Tridimensionais
PRVA-PC	Problema de Roteamento de Veículos Assimétrico Com Coleta de Prêmios
PRVA-RW	Problema de Roteamento de Veículos Assimétricos real com Restrições Laterais
PRVCC-TD	PRV com Demanda Dependente do Tempo na Logística Humanitária
PRV-Clu	Problema de Roteamento de Veículos em Cluster
PRVJT-CO	Problema de Roteamento de Veículos Fechado e Aberto com Janelas de Tempo
PRVC	Problema de Roteamento de Veículos Capacitado
PRVCAC	Problema de Roteamento de Veículos Capacitado com Acoradouro Cruzado
PRVCCE	Problema de Roteamento de Veículos com Capacitado com Coleta e Entrega
PRVCDD	Problema de Roteamento de Veículos Capacitados com Demanda Difusa
PRVCDE	Problema de Roteamento de Veículos Capacitado com Demanda Estocástica
PRVE	Problema de Roteamento de Veículos com Engarrafamentos
PRVCJT	Problema de Roteamento de Veículos Capacitado com Janelas de Tempo
PRVDMO	Problema de Roteamento de Veículos Dinâmico Multi-Objetivo
PRVD	Problema de Roteamento de Veículos Dinâmico
PRVDVP	Problema de Roteamento de Veículo Duplo com Várias Pilhas
PRVDEJTF	PPRV Dinâmico e Estático com Janelas de Tempo Flexível
PRVCDFT	Problema de Roteamento de Veículos com Clientes Dinâmicos e Fatores de Tráfego
PRVDJT	Problema de Roteamento de Veículos Dinâmico com Janelas de Tempo
PRVDJTMP	Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo e Várias Prioridades
PRVEMC	Problema de Roteamento de Veículos Elétricos e Movidos a Combustível
PRVMEVH	PRV com Minimização de Energia em Veículos Heterogêneos
PRVEJT	Problema de Roteamento de Veículos Elétricos com Janelas de Tempo
PRVMRCMD	PRV de Múltiplos Veículos, com Restrição de Combustível e Múltiplos Depósitos
PRVCSCTJT	PRV com Vários Caminhões Seletivos com Carga Total sob Janelas de Tempo
PRVCV	Problema de Roteamento de Veículos Capacitado Verde
PRVG	Problema de Roteamento de Veículos Generalizado

(Continua)

(Continuação)

Variante	Descrição
PRVFFH	Problema de Roteamento de Veículos de Frota Fixa Heterogênea
PRVFBH	Problema de Roteamento de Veículos de Frota Heterogênea
PRVCL	Problema de Roteamento de Veículos Capacitados Lexicográfico
PRVCC	Problema de Roteamento de Veículos com Carga e Capacidade
PRVJTDC	Problema de Roteamento de Veículos Capacitado Dependente com Janelas de Tempo
PRVFHBCM	Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea, Backhaul e Carga Mista
PRVCMD	Problema de Roteamento de Veículos com Capacidade para Vários Depósitos
PRVMODI	Problema de Roteamento de Veículos com Operações de Depósito Interdependentes
PRVMD	Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos
PRVDTVCD	Problema de Roteamento de Veículo Dinâmico com Tempos de Viagem e Clientes Difusos
PRVMDESRR	PRV com Vários Depósitos Entrega Simultânea e Restrições de Retirada e Estoque
PRVJTMD	Problema de Roteamento de Veículos com Vários Depósitos com Janelas de Tempo
PRVJTGETD	PRV com Carga de Equilíbrio Multi-Objetivo com Janelas de Tempo e Tempo Dependente
PRVPJTMO	Problema de Roteamento de Veículos Periódicos Multi-Objetivo com Janelas de Tempo
PRVMOJTCS	PRV Multi-Objetivo com Entrega e Coleta Simultânea e Janelas de Tempo
PRVJTMO	Problema de Roteamento de veículos multiobjetivo com janelas de tempo
PRVM	Problema de Roteamento de veículos múltiplo
PRVMECS	Problema de Roteamento de Múltiplos Veículos com Entregas e Coletas Seletivas
PRMVJT	Problema de Roteamento Multi-Veículo com Janela de Tempo
PRVCA	Problema de Roteamento de Veículos Capacitado Aberto
PRVA	Problema de Roteamento de Veículo Aberto
PRVAED	PRV Aberto de Entrega Dividida com Manuseio Manual de Materiais
PRVAJTF	Problema de Roteamento de Veículo Aberto com Janelas de Tempo Flexível
PRVAJT	Problema de Roteamento de Veículo Aberto com Janelas de Tempo
PRVCP	Problema de Roteamento de Veículos para Coleta de Prêmio
PRVCE	Problema de Roteamento de Veículos de Coleta e Entrega.
PRVPFHCF	Problema de Roteamento de Veículos Periódicos Frota Heterogênea e Custos Fixos
PRVRTVI	Problema de Roteamento de Veículos Robusto com Tempo de Viagem Incerto
PRVR	Problema de Roteamento de Veículos Relacionados
PRVRJT	Problema de Roteamento de Veículos Robusto com Janelas de Tempo
PRVUECS	Problema de Roteamento de Veículo Único com Entregas e Coleta Seletiva
PRVECES	Problemas de Roteamento de Veículos Estocásticos Coleta e Entregas Simultâneas
PRVJTDD	Problema de Roteamento de Veículo Dependente do Tempo com Janela de Tempo
PRVCEA	Problema de Roteamento de Veículos com Pontos de Coleta e Entrega Arbitrários
PRV	Problema de Roteamento de Veículos
PRVRC	Problema de Roteamento de Veículos com Restrições de Compatibilidade

(Continua)

(Continuação)

Variante	Descrição
PRVSD	Problemas de Roteamento de Veículos com Solicitações Dinâmicas
PRVTRD	Problema de Roteamento de Veículos com Transporte Responsivo a Demanda
PRVDD	Problema de Roteamento de Veículos com Demandas Difusas
PRVFMVEC	Problema de Roteamento de Veículos Mista de Veículos Elétricos e Convencionais
PRVMJT	Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplas Janelas de Tempo
PRVERBC	Problema de Roteamento de Veículos com Estimativa de Risco Baseada em Caminho
PRVJTCE	Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega e Janelas de Tempo
PRVDE	Problema de Roteamento de Veículos com Demanda Estocástica
PRVCES	Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultâneas
PRVCESJT	PRV com Coleta e Entrega Simultâneas e Janelas de Tempo
PRVCESJTR	PRV com Coleta e Entrega Simultâneas e Janelas de Tempo Rígidas
PRVJTF	Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo Flexível
PRVJT	Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo
PRVDI	Problema de Roteamento de Veículos com Demanda Incerta
PRVJTII	Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo e Instalações Intermediárias
PRVP	Problema de Roteamento de Veículos Ponderado

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 9 – Descrição das Técnicas (Algoritmos) utilizados nas abordagens resolutivas.

Algoritmo	Descrição	Algoritmo	Descrição
2-Opt	Other Position in Tour	LR	Lagrangian Relaxation
3-Opt	Other Position in Tour	LS	Local Search heuristic algorithm
4-Opt	Other Position in Tour	HC	Hill Climbing
ABC	Artificial bee colony algorithm	MA	Memetic algorithm
ACO	Ant Colony Optimization	MKA	Monkey algorithm
AS	Simulated Annealing	MAB	Multi-armed bandit mechanism
BbO	Biogeography-based optimization	MAL	Multi-attribute Label algorithm
BR	Biased-Randomized algorithm	MCM	Monte Carlo Mechanism
BSBA	Beam Search Based Algorithm	MCTS	Monte Carlo Tree Search
CA	Carlsson algorithm	MILP	Mixed Integer Linear Program
CAS	Computer algebra system	(MATLAB)	MIP Mixed-integer Programming
CFH	Cluster-first heuristic	MMAS	Max-min ant system
CGA	Chaotic Genetic Algorithm	MO	Merge Operator
CLA	Column Generation Algorithm	MOEA	Multiobjective Evolutionary Algorithms
CPLEX	IBM ILOG CPLEX Optimization Studio	MS	Multi-Start
CRO	Crossover operator	MTM	Mathematical model
CRV	Cross-validation	MUO	Mutation Operation
CW	Clarke and Wright Savings Algorithm	NHO	Neighborhood operators
DBSCAN	Density-based spatial clustering of applications with noise	NNA	Neural Network Algorithm
DEA	Differential Evolution Algorithm	NNI	Nearest Neighbor Insertion Algorithm
DKA	Dijkstra's algorithm	NNS	Nearest Neighbor Search
DO	Delete-cross operator	NS	Neighbourhood Search
DP	Dynamic programming	NSGA-II	Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II
EA	Evolutionary algorithm	OPC	One point crossover
EDA	Estimation of distribution algorithm	Or-Opt	Other Position in Tour
EM	Elitist method	PBIL	Population-Based Incremental Learning algorithm
ENA	Elastic Net algorithm	PE	Population entropy
ERRO	Edge Recombination Operator	PF	Pareto Front
FJ	Fisher and Jaikumar algorithm	PHU	Pheromone Update
FT	Fuzzy technique	PO	Pareto optimization
GA	Genetic Algorithm	PRA	Prim's Algorithm
GAMS	General Algebraic Modeling System	PSM	Producer-Scrounger Method
GB	Golden Ball algorithm	PSO	Particle Swarm Optimization
GE	Gradient evolution algorithm	PU	Parallel Universes Algorithm
GIS	Geographic Information System	RCM	Robust Counterpart Model
GRA	Greedy Algorithm	RM	Roulette method
GRASP	Greedy Randomized Adaptive Search Procedure	ROL	Rollout algorithm
GS	Greedy search	RS	Random Swap algorithm
GTS	Granular Tabu Search	RVND	Random Variable Neighborhood Descent
GTS	Granular Tabu Search	SCE	Shuffled complex evolution algorithm
GUROBI	Gurobi Optimizer	SH	Sweep Heuristic
HBA	Heuristic Bubble Algorithm	SOM	Self-organizing map
IBA	Island Based Approach	SPEA2	Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2
ILP	Integer Linear Program	SPSA	Simultaneous perturbation stochastic approximation
ILS	Iterated Local Search	SS	Scatter Search Algorithm
IPM	Integer Programming Model	TDNN	Time Delay Neural Network
JO	Join Operator	TOA	Taguchi orthogonal array
KMC	K-means Clustering	TPC	Two-point crossover
K-NN	K-nearest Neighbors algorithm	TS	Tabu Search
K-Opt	Other Position in Tour	VCG	Variable cluster grouping
LA	Labeling algorithm	VND	Variable Neighbourhood Descent
LINGO	Optimization Modeling Software	VNS	Variable Neighborhood Search
LNS	Large Neighborhood Search	VTPSO	Velocity Tentative PSO

Fonte: Elaborado pelo autor.

6 CONCLUSÃO

O presente trabalho examina as publicações presentes acerca das variantes do PRV, tendo como foco principal as táticas de resolução frequentes visando solucioná-las. Diversas explorações ainda estão em realização nesta área. Entretanto, à luz do que conhecemos, pouco empenho dedicou-se à revisão metódica das citadas pesquisas. Buscamos completar o vácuo elencando determinadas contribuições expressivas no amplo contexto. Fundamentado no diagnóstico delineado sobre os trabalhos estudados (com 80 variantes identificadas), determinadas probabilidades para pesquisas futuras no campo das variantes do PRV são passíveis de observação conforme o exposto a seguir.

Maior destaque à adequação das meta heurísticas relativamente novas, tais como busca de harmonia, otimização de DNA, dentre outras, realçar a concepção de novas investidas com base nas referidas técnicas no intento de diminuir o tempo computacional para instâncias maiores, visto que os métodos exatos estão restritos.

Notadamente, o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo (PRVJT) obtém maior atenção dos pesquisadores na recente literatura, abordando limitações difusas e (ou) indefinidas, se comparado ao PRV tradicional. No presente, o desenvolvimento de algum modelo acertado para trabalhar as imprecisões das mesmas não é conhecido.

Outrossim observa-se que poucos trabalhos se referem a variantes aplicadas na solução de problemas reais. Esta constatação define espaço para pesquisas posteriores dentro do contexto. Isto acarretará motivação para que os desenvolvedores publiquem documentos abordando procedimentos. Assim, os pesquisadores estarão motivados a desenvolver conjuntos de dados disponíveis publicamente e métodos efetivos para solucionar o PRV e suas versões.

Por fim, é preciso uma avaliação mais voltada ao roteamento dinâmico, visto que as tecnologias de indicação de rotas se tornam cada vez mais presentes. A possibilidade de alterações de rotas quando os veículos já estão circulando não pode ser atendida com técnicas aplicadas ao roteamento estático.

Os pontos vazios na bibliografia existente supra explicitada, tendem a induzir novos trabalhos nessas trajetórias.

REFERÊNCIAS

- AARDAL, K.; NEMHAUSER, G. L.; WEISMANTEL, R. *Handbooks in Operations Research and Management Science: Discrete Optimization*. [S.l.]: Elsevier, 2005. Citado na página 18.
- ACHUTHAN, N. R.; CACETTA, L.; HILL, S. P. An improved branch-and-cut algorithm for the capacitated vehicle routing problem. *Transportation Science*, INFORMS, v. 37, n. 2, p. 153–169, 2003. Citado na página 55.
- ADEWUMI, A. O.; ADELEKE, O. J. A survey of recent advances in vehicle routing problems. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, Springer, v. 9, n. 1, p. 155–172, 2018. Citado na página 68.
- AGARWAL, Y.; MATHUR, K.; SALKIN, H. M. A set-partitioning-based exact algorithm for the vehicle routing problem. *Networks*, Wiley Online Library, v. 19, n. 7, p. 731–749, 1989. Citado na página 55.
- ASSAD, A. A. *MODELING AND IMPLEMENTATION ISSUES IN VEHICLE ROUTING. VEHICLE ROUTING: METHODS AND STUDIES. STUDIES IN MANAGEMENT SCIENCE AND SYSTEMS-VOLUME 16*. [S.l.: s.n.], 1988. Citado na página 40.
- BALDACCI, R.; MINGOZZI, A. A unified exact method for solving different classes of vehicle routing problems. *Mathematical Programming*, Springer, v. 120, n. 2, p. 347, 2009. Citado na página 20.
- BALDACCI, R.; MINGOZZI, A.; ROBERTI, R. Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 218, n. 1, p. 1–6, 2012. Citado na página 55.
- BALDACCI, R.; TOTH, P.; VIGO, D. Exact algorithms for routing problems under vehicle capacity constraints. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 175, n. 1, p. 213–245, 2010. Citado na página 55.
- BARD, J. F.; KONTORAVDIS, G.; YU, G. A branch-and-cut procedure for the vehicle routing problem with time windows. *Transportation Science*, INFORMS, v. 36, n. 2, p. 250–269, 2002. Citado na página 55.
- BERTAZZI, L.; SAVELSBERGH, M.; SPERANZA, M. G. Inventory routing. In: *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*. [S.l.]: Springer, 2008. p. 49–72. Citado na página 72.
- BODIN, L.; GOLDEN, B.; ASSAD, A. Routing and scheduling of vehicles and crews—the state of the art. *COMPUTERS AND OPERATIONS RESEARCH*, 1981. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 40.
- BODIN, L. D. et al. Computers and operations research. *Special Issue on the Routing and Scheduling of Vehicles and Crews*, v. 10, n. 2, p. 63–211, 1983. Citado 6 vezes nas páginas 31, 33, 38, 39, 42 e 43.

- BRAEKERS, K.; RAMAEKERS, K.; NIEUWENHUYSE, I. V. The vehicle routing problem: State of the art classification and review. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, v. 99, p. 300–313, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 67.
- BRANDAO, J. A new tabu search algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 173, n. 2, p. 540–555, 2006. Citado na página 48.
- CHEN, H.-K.; HSUEH, C.-F.; CHANG, M.-S. Production scheduling and vehicle routing with time windows for perishable food products. *Computers & operations research*, Elsevier, v. 36, n. 7, p. 2311–2319, 2009. Citado na página 72.
- CHRISTOFIDES, N. Vehicle routing. *The traveling salesman problem*, John Wiley & Sons Ltd, 1985. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 40.
- CLARKE, G.; WRIGHT, J. W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, *Inform*s, v. 12, n. 4, p. 568–581, 1964. Citado 3 vezes nas páginas 20, 50 e 56.
- COELHO, L. C.; CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G. Thirty years of inventory routing. *Transportation Science*, *INFORMS*, v. 48, n. 1, p. 1–19, 2013. Citado na página 72.
- CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G. Tabu search heuristics for the vehicle routing problem. In: *Metaheuristic Optimization via Memory and Evolution*. [S.l.]: Springer, 2005. p. 145–163. Citado na página 56.
- CORDEAU, J.-F. et al. Transportation on demand. *Handbooks in operations research and management science*, Elsevier, v. 14, p. 429–466, 2007. Citado na página 34.
- CORMEN, T. H. et al. *Introduction to algorithms*. [S.l.]: MIT press, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 28.
- CUNHA, C. B. da. Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. *Transportes*, v. 8, n. 2, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 39.
- DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. *Management science*, *Inform*s, v. 6, n. 1, p. 80–91, 1959. Citado 3 vezes nas páginas 19, 42 e 53.
- DESROCHERS, M.; DESROSIERS, J.; SOLOMON, M. A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *Operations research*, *INFORMS*, v. 40, n. 2, p. 342–354, 1992. Citado na página 55.
- DORIGO, M.; GAMBARDILLA, L. M. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem. *IEEE Transactions on evolutionary computation*, *IEEE*, v. 1, n. 1, p. 53–66, 1997. Citado na página 66.
- EISELT, H. A.; GENDREAU, M.; LAPORTE, G. Arc routing problems, part i: The chinese postman problem. *Operations Research*, *INFORMS*, v. 43, n. 2, p. 231–242, 1995. Citado na página 39.
- EISELT, H. A.; GENDREAU, M.; LAPORTE, G. Arc routing problems, part ii: The rural postman problem. *Operations research*, *INFORMS*, v. 43, n. 3, p. 399–414, 1995. Citado na página 39.

EKSIOGLU, B.; VURAL, A. V.; REISMAN, A. The vehicle routing problem: A taxonomic review. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, v. 57, n. 4, p. 1472–1483, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 21, 40 e 67.

ELHALLAOUI, I. et al. Dynamic aggregation of set-partitioning constraints in column generation. *Operations Research, INFORMS*, v. 53, n. 4, p. 632–645, 2005. Citado na página 55.

ERDOĞAN, S.; MILLER-HOOKS, E. A green vehicle routing problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Elsevier, v. 48, n. 1, p. 100–114, 2012. Citado na página 47.

FEO, T. A.; RESENDE, M. G. Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of global optimization*, Springer, v. 6, n. 2, p. 109–133, 1995. Citado na página 66.

FERREIRA, V. d. O. et al. Uma abordagem heurística para o problema de roteamento de veículos com designação de entregadores extras. Universidade Federal de São Carlos, 2010. Citado na página 18.

FISHER, M. L.; JAIKUMAR, R. A generalized assignment heuristic for vehicle routing. *Networks*, Wiley Online Library, v. 11, n. 2, p. 109–124, 1981. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 55.

GENDREAU, M.; POTVIN, J.-Y. Dynamic vehicle routing and dispatching. In: *Fleet management and logistics*. [S.l.]: Springer, 1998. p. 115–126. Citado na página 49.

GILLETT, B. E.; MILLER, L. R. A heuristic algorithm for the vehicle-dispatch problem. *Operations research, INFORMS*, v. 22, n. 2, p. 340–349, 1974. Citado 2 vezes nas páginas 56 e 59.

GLOVER, F. Heuristics for integer programming using surrogate constraints. *Decision sciences*, Wiley Online Library, v. 8, n. 1, p. 156–166, 1977. Citado na página 66.

GLOVER, F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & operations research*, Elsevier, v. 13, n. 5, p. 533–549, 1986. Citado na página 65.

GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. A. Handbook of metaheuristics. Springer, 2003. Citado na página 66.

GLOVER, F.; LAGUNA, M. Tabu search. In: *Handbook of combinatorial optimization*. [S.l.]: Springer, 1998. p. 2093–2229. Citado na página 66.

GOEL, R.; MAINI, R. Vehicle routing problem and its solution methodologies: a survey. *International Journal of Logistics Systems and Management*, Inderscience Publishers (IEL), v. 28, n. 4, p. 419–435, 2017. Citado na página 52.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos*. [S.l.]: Elsevier, 2005. Citado 9 vezes nas páginas 26, 28, 30, 32, 37, 54, 57, 59 e 63.

GOLDBERG, D. E.; HOLLAND, J. H. Genetic algorithms and machine learning. *Machine learning*, Springer, v. 3, n. 2, p. 95–99, 1988. Citado na página 66.

- GOLDEN, B. et al. The fleet size and mix vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 11, n. 1, p. 49–66, 1984. Citado na página 50.
- GOLDEN, B. L.; MAGNANTI, T. L.; NGUYEN, H. Q. Implementing vehicle routing algorithms. *Networks*, Wiley Online Library, v. 7, n. 2, p. 113–148, 1977. Citado na página 42.
- GUIMARANS, D. et al. Combining probabilistic algorithms, constraint programming and lagrangian relaxation to solve the vehicle routing problem. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, Springer, v. 62, n. 3-4, p. 299–315, 2011. Citado na página 55.
- HEINONEN, J.; PETTERSSON, F. Hybrid ant colony optimization and visibility studies applied to a job-shop scheduling problem. *Applied Mathematics and Computation*, Elsevier, v. 187, n. 2, p. 989–998, 2007. Citado na página 18.
- HENTENRYCK, P. V. *Constraint satisfaction in logic programming*. [S.l.], 1989. v. 5. Citado na página 55.
- HJORRING, C. A. The vehicle routing problem and local search metaheuristics. *Ph. D. dissertation, Dept. of Engineering Science, The University of Auckland*, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.
- JOURDAN, L.; BASSEUR, M.; TALBI, E.-G. Hybridizing exact methods and metaheuristics: A taxonomy. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 199, n. 3, p. 620–629, 2009. Citado na página 54.
- JUAN, A. et al. Using safety stocks and simulation to solve the vehicle routing problem with stochastic demands. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Elsevier, v. 19, n. 5, p. 751–765, 2011. Citado na página 49.
- KALLEHAUGE, B. Formulations and exact algorithms for the vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 35, n. 7, p. 2307–2330, 2008. Citado na página 53.
- KIM, G. et al. City vehicle routing problem (city vrp): A review. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, IEEE, v. 16, n. 4, p. 1654–1666, 2015. Citado 4 vezes nas páginas 46, 51, 52 e 53.
- KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. *science*, American Association for the Advancement of Science, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983. Citado na página 66.
- LAHYANI, R.; KHEMAKHEM, M.; SEMET, F. Rich vehicle routing problems: From a taxonomy to a definition. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 241, n. 1, p. 1–14, 2015. Citado na página 40.
- LAPORTE, G. The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European journal of operational research*, Elsevier, v. 59, n. 3, p. 345–358, 1992. Citado 4 vezes nas páginas 42, 53, 54 e 67.
- LAPORTE, G. Recent advances in routing algorithms. *Operations Research and Decision Aid Methodologies in Traffic and Transportation Management*, Springer Science & Business Media, v. 166, p. 183, 2013. Citado na página 29.

- LAPORTE, G.; NOBERT, Y. Exact algorithms for the vehicle routing problem. In: *North-Holland Mathematics Studies*. [S.l.]: Elsevier, 1987. v. 132, p. 147–184. Citado na página 54.
- LAPORTE, G.; SEMET, F. Classical heuristics for the capacitated vrp. In: *The vehicle routing problem*. [S.l.]: SIAM, 2002. p. 109–128. Citado na página 56.
- LENSTRA, J. K.; KAN, A. R. Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, Wiley Online Library, v. 11, n. 2, p. 221–227, 1981. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 25.
- LETCHFORD, A. N. *Polyhedral results for some constrained arc-routing problems*. Tese (Doutorado) — University of Lancaster, 1996. Citado na página 39.
- LIN, S. Computer solutions of the traveling salesman problem. *Bell System Technical Journal*, Wiley Online Library, v. 44, n. 10, p. 2245–2269, 1965. Citado na página 63.
- LIN, S.; KERNIGHAN, B. W. An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem. *Operations research*, INFORMS, v. 21, n. 2, p. 498–516, 1973. Citado na página 63.
- LUENBERGER, D. G.; YE, Y. *Linear and Nonlinear Programming*. [S.l.]: Springer, 2015. Citado na página 24.
- MADSEN, O. B.; RAVN, H. F.; RYGAARD, J. M. A heuristic algorithm for a dial-a-ride problem with time windows, multiple capacities, and multiple objectives. *Annals of operations Research*, Springer, v. 60, n. 1, p. 193–208, 1995. Citado na página 42.
- MAGNANTI, T. L. Combinatorial optimization and vehicle fleet planning: Perspectives and prospects. *Networks*, Wiley Online Library, v. 11, n. 2, p. 179–213, 1981. Citado na página 39.
- MARINAKIS, Y.; IORDANIDOU, G.-R.; MARINAKI, M. Particle swarm optimization for the vehicle routing problem with stochastic demands. *Applied Soft Computing*, Elsevier, v. 13, n. 4, p. 1693–1704, 2013. Citado na página 49.
- MARINAKIS, Y.; MIGDALAS, A. Heuristic solutions of vehicle routing problems in supply chain management. In: *Combinatorial and global optimization*. [S.l.]: World Scientific, 2002. p. 205–236. Citado na página 56.
- MASUTTI, T. A. S.; CASTRO, L. N. de. Uma rede neuro-imune aplicada ao problema de múltiplos caixeiros viajantes. *Learning and Nonlinear Models*, 2007. Citado na página 31.
- MONTEMANNI, R. et al. Ant colony system for a dynamic vehicle routing problem. *Journal of Combinatorial Optimization*, Springer, v. 10, n. 4, p. 327–343, 2005. Citado na página 49.
- MONTOYA-TORRES, J. R. et al. A literature review on the vehicle routing problem with multiple depots. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, v. 79, p. 115–129, 2015. Citado na página 68.
- NICHOLSON, T. *Optimization in Industry: Optimization Techniques*. [S.l.]: Transaction Publishers, 2007. Citado na página 55.

- NOVAES, A. *Logística e gerenciamento da cadeia de distribuição*. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2016. Citado na página 37.
- PARRAGH, S. N.; DOERNER, K. F.; HARTL, R. F. A survey on pickup and delivery problems. *Journal für Betriebswirtschaft*, Springer, v. 58, n. 1, p. 21–51, 2008. Citado na página 48.
- PILLAC, V. et al. A review of dynamic vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 225, n. 1, p. 1–11, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 67.
- PRODHON, C.; PRINS, C. A survey of recent research on location-routing problems. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 238, n. 1, p. 1–17, 2014. Citado na página 72.
- PSARAFTIS, H. N.; WEN, M.; KONTOVAS, C. A. Dynamic vehicle routing problems: Three decades and counting. *Networks*, Wiley Online Library, v. 67, n. 1, p. 3–31, 2016. Citado na página 49.
- PUREZA, V.; MORABITO, R.; REIMANN, M. Vehicle routing with multiple deliverymen: Modeling and heuristic approaches for the vrptw. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 218, n. 3, p. 636–647, 2012. Citado na página 47.
- ROCHAT, Y.; SEMET, F. A tabu search approach for delivering pet food and flour in switzerland. *Journal of the Operational Research Society*, Taylor & Francis, v. 45, n. 11, p. 1233–1246, 1994. Citado na página 50.
- RONEN, D. Perspectives on practical aspects of truck routing and scheduling. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 35, n. 2, p. 137–145, 1988. Citado na página 38.
- ROPKE, S.; PISINGER, D. A unified heuristic for a large class of vehicle routing problems with backhauls. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 171, n. 3, p. 750–775, 2006. Citado na página 48.
- SALHI, S.; WASSAN, N.; HAJARAT, M. The fleet size and mix vehicle routing problem with backhauls: Formulation and set partitioning-based heuristics. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Elsevier, v. 56, p. 22–35, 2013. Citado na página 48.
- SHEN, H. et al. Two-phase heuristic for capacitated vehicle routing problem. In: IEEE. *2010 Second World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing (NaBIC)*. [S.l.], 2010. p. 534–539. Citado na página 66.
- SUBRAMANIAN, A. et al. A hybrid algorithm for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 221, n. 2, p. 285–295, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 54.
- TAHA, H. A. *Operation Research: An introduction*. [S.l.]: Pearson Prentice Hal, 2007. Citado na página 18.
- TAILLARD, É. D. A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet vrp. *RAIRO-Operations Research*, EDP Sciences, v. 33, n. 1, p. 1–14, 1999. Citado na página 50.

TENKLEY, N. L. Order picking: modelos e algoritmos de roteamento. UFMG, 2008. Citado na página 40.

TOTH, P.; VIGO, D. An overview of vehicle routing problems. In: *The vehicle routing problem*. [S.l.]: SIAM, 2002. p. 1–26. Citado 5 vezes nas páginas 26, 27, 55, 56 e 65.

ULLRICH, C. A. Integrated machine scheduling and vehicle routing with time windows. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 227, n. 1, p. 152–165, 2013. Citado na página 72.

VIEIRA, H. P. et al. Metaheurística para a solução de problemas de roteamento de veículos com janela de tempo. [sn], 2008. Citado na página 42.

WREN, A.; HOLLIDAY, A. Computer scheduling of vehicles from one or more depots to a number of delivery points. *Journal of the Operational Research Society*, Taylor & Francis, v. 23, n. 3, p. 333–344, 1972. Citado na página 49.

YIN, Z.; GUO, Q.; XIAO, Q. City logistics transportation invisible cost control based on its. IET, 2010. Citado na página 19.